



5/1
2024

FIZIKA, MATEMATIKA *va* INFORMATIKA

ILMIY-USLUBIY JURNAL

2001-yildan chiqa boshlagan

Toshkent – 2024

- Bosh muharrir** – Xolboy IBRAIMOV pedagogika fanlari
doktori, Akademik
- Muharrir** – Bakhshillo Amrillayevich OLIMOV f.-m.f.n.,
v.v.b., professor
- Mas’ul kotib** – Riskeldi Musamatovich Turgunbayev f.-m.f.n.,
professor

TAHRIR HAY’ATI A’ZOLARI

IBRAIMOV Xolboy

AYUPOV Shavkat Abdullayevich

OLIMOV Bakhshillo Amrillayevich

AKMALOV Abbos Akromovich

KUVANDIKOV Oblokul

BOYTILLAYEV Dilmurod

TURSUNMETOV Kamiljan

MAKHMUDOV Yusup Ganiyevich

TURGUNBAYEV Riskeldi Musamatovich

KALANDAROV Ergash Kilichovich

MUSURMONOV Raxmatilla

MAXMUDOV Abdulxalim Xamidovich

MAMARAJABOV Mirsalim Elmirzayevich

KALIMBETOV Kamal Ilalovich

XUJANOV Erkin Berdiyevich

MANSUROV O’ktamjon Nosirboyevich

ORLOVA Tatyana Alekseyevna

MYXAMEDYAROV Komildjan Sadikovich

Muassis:

**T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti
71 256 53 57**



ILMIY-OMMABOP BO'LIM

MAKTAB O'QUVCHILARI ONGIDA KONUS, UNING SIRTI VA HAJMIGA DOIR BILIMLARNI SHAKLLANTIRISH METODIKASI

E.O. Ismoilov, Nizomiy nomidagi TDPU dotsent v.b PhD

Maqolada "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini muammoli ta'lim texnologiyasidan foydalanib qanday o'qitish kerakligi batafsil yoritib berilgan. Bundan tashqari, maqolada o'qituvchilar uchun, pedagogik texnologiyalardan foydalanish bo'yicha bir qator taklif va metodik tavsiyalar ham keltirilgan.

Kalit so'zlar: konus, sirt, hajm, stereometriya, aylanma jism, pedagogik texnologiya, metod, muammoli ta'lim, modifikatsiyalangan ma'ruza, mustaqil ta'lim.

В статье рассказывается, как преподавать тему «Кonus, его поверхность и объем» с помощью проблемной технологии обучения. Кроме того, в статье приводятся предложения и методические рекомендации для учителей о том, как использовать педагогические технологии.

Ключевые слова: конус, поверхность, объем, стереометрия, круговое тело, педагогическая технология, метод, проблемное обучение, модифицированная лекция, самостоятельное обучение.

The article describes how to teach the theme "Cone, its surface and volume" using from problem education technology. In addition, in the article provides a number of suggestions and methodical recommendations for teachers on how to use from pedagogical technologies.

Key words: cone, surface, volume, stereometry, circular body, pedagogical technology, method, problem education, modified lecture, independent learning.



O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022 yil 28 yanvardagi PF-60-son "2022-2026 yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning Taraqqiyot strategiyasi to'g'risida"gi Farmonida ta'lim-tarbiya sifati va samaradorligini ta'lim, fan va ishlab chiqarishning integratsiyalashuvi asosida rivojlantirish, bunda jahon sivilizatsiya yutuqlaridan keng foydalanish, xalqaro ilg'or tajribalar asosida ta'lim muassasalarining moddiy-texnik bazasini boyitish hamda o'qitish jarayoniga ilg'or ta'lim texnologiyalarini va dasturiy ta'minotlarni tatbiq etishning huquqiy asoslari yaratildi. Jamiyatni taraqqiyotning navbatdagi bosqichiga olib chiqish maqsadida ta'lim tizimida "maktab bitiruvchilarini oliy ta'lim bilan qamrov darajasini 50 foizga yetkazish va ta'lim sifatini yanada oshirish, o'quv dasturlari va darsliklarni ilg'or xorijiy tajriba asosida to'la qayta ko'rib chiqib, amalda joriy etish, iqtisodiyotga innovatsiyalarni keng joriy qilish, sanoat korxonalari va ilm-fan muassasalarining kooperatsiya aloqalarini rivojlantirish, yoshlarga oid davlat siyosatini takomillashtirish" kabi ustuvor vazifalar belgilandi.

O'rganishlar shuni ko'rsatmoqdaki, kasb-hunar kollejlari va maktab bitiruvchilarida "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusi bo'yicha bilimlar o'ta sayoz. Bitiruvchilarning bir qismi ushbu mavzu yuzasidan hatto tasavvurga ham ega emas. Bunga bir tomondan, o'quvchilarning geometriya fanini o'rganishga bo'lgan qiziqishlarining kamligi sabab bo'lsa, ikkinchi tomondan, geometriya fani o'qituvchilarining ushbu mavzuni pedagogik texnologiyalardan foydalanib yetarlicha yoritib bera olmayotganligi hamda mavzu mohiyatini hayotga bog'lab, ko'rgazmali tarzda o'quvchilarga tushuntira olmayotganliklari sababdir. Shu nuqtayi nazardan, umumta'lim muassasalarida fanlarni o'qitishning zamonaviy metodologiyasini yaratish va amaliyotga joriy etish asosida ta'lim-tarbiya sifatini tubdan takomillashtirish davr taqozosidir [2; 171 – 172-b.].

O'qituvchi "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini muammoli ta'lim texnologiyasidan foydalanib o'qitishda, dastlab, quyidagi

rasmdagi (1-rasm) jismlarning qanday geometrik shaklga mansubligini aniqlashni muammo sifatida o'quvchilar oldiga qo'yishi hamda ma'lumot sifatida bunday shakllar geometriya fanining stereometriya bo'limida o'rganilishini aytishi kerak:



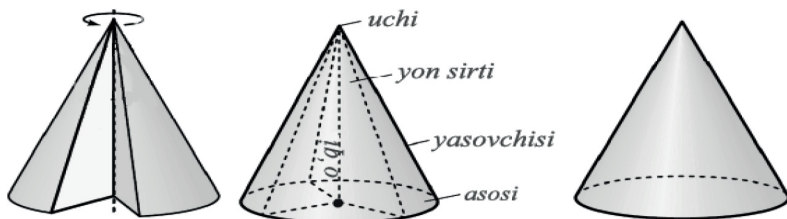
1-rasm. Jihozlar.

O'quvchilar rasmlarni ko'radilar va bayram archasi hamda g'ayritabiiy chelak ularning qiziqishini uyg'otadi, shu sababli ular ushbu jismlarning qanday geometrik shaklga mansubligini aniqlashga kirishadilar, geometriya darsligidan stereometriya bo'limida qanday shakllar o'rganilishi haqidagi ma'lumotlarni izlaydilar. Izlanish natijasida konus haqidagi ma'lumotlarni topadilar va konusning quyidagi ta'rifini o'qib, berilgan rasmdagi jismlar konus shaklida ekanligini aytadilar:

Ta'rif. To'g'ri burchakli uchburchakni bir kateti atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan jism **konus** deb aytiladi (2-rasm). Bu katetni esa konusning o'qi deb ataymiz.

Konus aylanma jismlardan biri. Aylanma jismlar fazoviy shakllarning muhim sinflaridan biridir. Biror egri chiziqni yoki to'g'ri chiziqni bir to'g'ri chiziq atrofida aylantirishdan **aylanma sirt** hosil bo'ladi. Agar

uni o'q deb ataluvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan parallel ikki tekislik bilan kesilsa, aylanma sirt va doira bilan chegaralangan *aylanma jism* hosil bo'ladi [7; 153 – 154-b.].



2-rasm. Konus.

Qo'yilgan birinchi muammo natijasida o'qituvchi o'quvchilarda konus va aylanma jismlar haqidagi dastlabki tasavvurlarni shakllantiradi hamda o'quvchilar tomonidan konus ta'rifining o'rganilishiga erishadi.

Shundan so'ng, o'qituvchi modifikatsiyalangan ma'ruza metodi yordamida konus, uning sirti va hajmi, kesik konus, uning sirti va hajmi haqidagi ma'lumotlarni o'quvchilarga yetkazishi, bunda ko'rgazmalilik metodidan foydalanish yuqori samara berishini hisobga olib, konus hamda kesik konus sirti va hajmiga tegishli rasmlarni (3-rasm) o'quvchilarga ko'rsatishi shart.



3-rasm. Kesik konus shaklidagi idishlar.

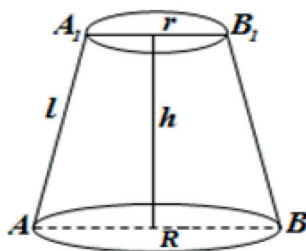
Ko'rgazmalilik metodidan foydalanish o'quvchilarning konus shaklidagi jismlarni ajrata bilishiga yordam beradi va ular hayotda bunday jismlar ko'pligini anglab yetadilar hamda konus hamda kesik konus sirti va hajmini hisoblashga oid quyidagi ma'lumotlarni o'rganadilar:

Ta'rif. Biror konus asosiga parallel tekislik bilan kesilsa (4-rasm), u ikkita qismga ajraladi. Ulardan biri berilgan konusga o'xshash kichik konus, ikkinchisi **kesik konus** (5-rasm) deb ataladi.

Kesik konusning ikki asosi bo'lib, ular o'zaro parallel tekisliklarda yotuvchi doiralardir. Kesik konus asoslari orasidagi masofa kesik konusning balandligi hisoblanadi.



4-rasm. **Konusning kesilishi.**



5-rasm. **Kesik konus.**

Teorema. Konusning yon sirti uning asosi yuzining yarmi va yasovchisining ko'paytmasiga teng: $S_{yon} = \pi r l$.

Natija. Konus to'la sirti uning yon sirti bilan asosining yuzi yig'indisiga teng: $S_{to'la} = S_{yon} + S_{asos}$ yoki $S_{to'la} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r)$
 $S_{to'la} = S_{yon} + S_{asos}$.

Teorema. Konusning hajmi asosi yuzining balandligiga ko'paytmasining uchdan biriga teng: $V = 1/3 \cdot S_{asos} \cdot h$.

Bunda l – konusning yasovchisi, r – asos radiusi, h – konusning balandligi.



Teorema. Kesik konusning yon sirti quyidagi formula orqali topiladi: $S_{kes.kon.yon} = \pi l(R+r)$.

Natija. Kesik konus to'la sirti quyidagi formula orqali topiladi:

$$S_{kes.kon.to'la} = S_{yon} + S_{asos1} + S_{asos2} \text{ yoki } S_{kes.kon.to'la} = \pi l(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

$$S_{kes.kon.to'la} = \pi l(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2.$$

Teorema. Kesik konusning hajmi quyidagi formula orqali topiladi: $V_{kes.kon.} = 1/3 \cdot \pi h(R^2 + Rr + r^2)$.

Bunda l – kesik konusning yasovchisi, R – katta asos radiusi, r – kichik asos radiusi, h – kesik konusning balandligi [8; 528 – 529-b.].

O'quvchilarning konus shaklini qanchalik darajada o'rganganligini bilish uchun masalalar yechirib ko'rish mumkin. Quyida bunday masalalarga misollar keltirilgan:

1-masala. Quyida berilgan Samarqand shahridagi Registon majmuasi rasmida (6-rasm) konus shaklidagi binolar soni nechta?

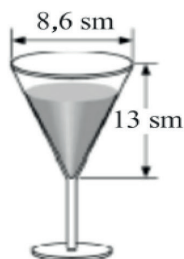


6-rasm. Registon majmuasi.

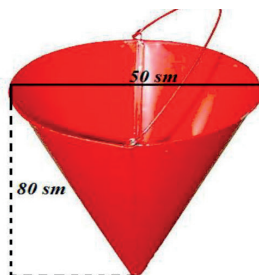
Bunday masalalarni yechish orqali o'quvchilar konus shaklidan arxitekturada, binokorlikda keng foydalanilishini tushunadilar va konus shaklidagi jismlarning hayotimizda kattta ahamiyatga ega ekanligini

bilib oladilar. Umuman olganda, fanni hayot bilan bog'lab o'qitish barcha fanlarda yuqori samara beradi, xususan geometriyada ham. "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini o'qitishda hayotiy misollarga asoslangan muammoli masalalardan foydalanish o'quvchilarning bu mavzuni yaxshiroq o'rganishiga asos bo'ladi. Masalan, quyidagi muammoli masalalardan foydalanish o'quvchini konusning sirti va hajmini topish formulalarini yaxshilab o'rganishga va konus mavzusini batafsil o'qishga majbur etadi:

2-masala. Berilgan ma'lumotlardan foydalanib, 7-rasmda tasvirlangan stakanning hajmini aniqlang.



7-rasm. Stakan.



8-rasm. Chelak.

3-masala. 9-rasmdagi suv sepishga mo'ljallangan yong'inni o'chirish chelagini yasash uchun qancha m^2 miqdordagi metall ishlatilgan?

4-masala. Sotuvchi 200 litr miqdoridagi mors ichimligini 120000 so'mga sotib oldi va uni kichik asosining diametri 5 sm, katta asosining diametri 8 sm bo'lgan kesik konus shaklidagi bir martalik stakanlarda sota boshladi. Ichimlikning hammasini sotish uchun sotuvchiga necha dona stakan kerak? Agar sotuvchi 1 ta stakanni 120 so'mdan sotib olsa, u hamma sharbatni sotib qancha foyda ko'radi?

Ko'rinib turibdiki, bunday hayotiy muammoli masalalardan foydalanish, o'quvchini "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini



o'rganishga nafaqat chorlaydi, balki unga ushbu mavzularga doir qo'shimcha ma'lumotlarni izlab topib, mustaqil ravishda yanada chuqurroq o'qishi kerakligi hayotiy zarurat ekanligini ham uqtiradi. Demak, "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini muammoli ta'lim texnologiyasidan foydalanib o'qitishda hayotiy muammoli masalalarga murojaat qilish yaxshi samara berar ekan. Bunda masalalar ketma-ketligini ularning murakkablik darajalariga qarab tanlash maqsadga muvofiqdir, ya'ni dastlab sodda masalalardan foydalanish, so'ngra esa masalalarni bosqichma-bosqich murakkablashtirib borish zarur [9; 98 – 99-b.].

Yuqoridagi ma'lumotlar asosida aytish mumkinki, "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini muammoli ta'lim texnologiyasidan foydalanib o'qitish yuqori samara beradi va o'quvchilarda mavzuga doir mustahkam tushuncha hamda ko'nikmalarning shakllanishiga olib keladi. Ular ongli holda bu mavzuni yaxshi o'qish kerakligini tushunadilar va o'zlari mustaqil izlanib, mavzu yuzasidan qo'shimcha ma'lumotlar topib, ularni o'rganadilar. "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusini yaxshi o'qitish, kelajakda mohir arxitektorlar, muhandislar, texnik va texnologlarning yetishib chiqishi uchun hamda ishlab chiqarish sanoatining rivojlanishi uchun qo'yilgan asos bo'lib xizmat qiladi. Bunda muammoli ta'lim texnologiyasidan foydalanish ta'lim jarayonining samarali o'tishiga zamin yaratadi.

Keltirilgan ma'lumotlardan xulosa qilib shuni aytish mumkinki, muammoli ta'lim usullarini qo'llab dars o'tilganda sinfda past o'zlashtiruvchi o'quvchi qolmaydi. Deyarli barcha o'quvchilar dars jarayoniga jalb etilib, ularning darsga qiziqishlari ortadi. O'quvchilarning kelgusida mustaqil bilim olishlariga, hunar o'rganishlariga imkon yaratiladi. Demak, "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusi bo'yicha ta'lim sifati va samaradorligini oshirishda muammoli o'qitish metodlari juda zarurdir. Chunki muammoli ta'lim o'quvchini izlanishga, ijodkorlikka, erkin fikrlashga o'rgatadi. O'quvchida bunday sifatning shakllanishi,



unda o'quv-biluv mas'uliyatini oshiradi, mustaqil bilim olish uning kundalik holatiga aylanadi. Bu esa o'quvchining "Konus, uning sirti va hajmi" mavzusi bo'yicha barcha bilimlarni o'zlashtirib olishiga kafolat bo'ladi.

Adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022 yil 28 yanvardagi PF-60-son "2022-2026 yillarga mo'ljallangan Yangi O'zbekistonning Taraqqiyot strategiyasi to'g'risida"gi Farmoni.
2. B.Q. Xaydarov. "Geometriya" o'rta ta'lim muassasalarining 11-sinfi va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limi muassasalari o'quvchilari uchun darslik. T., "O'zbekiston", 2018 yil, 192 b.
3. N.M. Jabborov, E.O. Aliqulov, Q.S. Ahmedova, "Oliy matematika", O'quv qo'llanma, Qarshi Davlat Universiteti, 1-2-jild, 2010 yil, 320 b.
4. M. Xushvaqtov va boshqalar. "Oliy matematika". "Adabiyot uchqunlari". T., 2016 yil, 336 b.
5. K.Hashimov, S.Nishonova. "Pedagogika tarixi". "Alisher Navoiy nomidagi O'zbekiston Milliy kutubxonasi nashriyoti", T., 2005 yil, 304 b.
6. Sayidahmedov N. "Yangi pedagogik texnologiyalar". T., "Moliya" 2003 yil, 171 b.
7. A.B. Погорелов "Геометрия 10-11", учебник, Москва, "Просвещение", 2009, 178 с.
8. Daniel C. Alexander, "Elementary geometry for college students", Canada, Brooks/Cole, "Cengage Learning", 2011, 628 p.
9. Yuldashyev Z.Kh., Ashurova D.N. "Innovative-didactic program complex and new formalized model of education". "Malaysian Journal of Mathematical Sciences" 6(1), 2012, 97-103 p.



MATEMATIK FUNKSIYALAR BILAN ANIQLANGAN TEKIS SHAKL YUZASI VA EGRI YOY UZUNLIGI

S.J. Yodgarov, Toshkent davlat pedagogika universiteti

O.I.Omonov, Toshkent davlat pedagogika universiteti

Yassi figuraning yuzasi va egri yoyning uzunligi geometrik va matematik tushunchalar bo'lib, ularni hisoblash turli sohalarida muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada ushbu ikki tushunchani hisoblash uchun ishlatiladigan turli xil usullar, formulalar batafsil yoritilgan hamda yaxshiroq tushunish uchun qiziqarli misollar keltirilgan.

Kalit so'zlar: *egri chiziqli, yoy uzunligi, figuraning yuzasi, sikloid.*

Поверхность плоской фигуры и длина изогнутой дуги являются геометрическими и математическими понятиями, и их расчет важен в различных областях. В этой статье подробно объясняются различные методы и формулы, используемые для расчета этих двух понятий, и приводятся интересные примеры для лучшего понимания.

Ключевые слова: *кривая, длина дуги, поверхность фигуры, циклоида*

The surface area of a plane figure and the length of a curved arc are geometric and mathematical concepts, and their calculation is important in various fields. This article explains in detail the various methods and formulas used to calculate these two concepts, and provides interesting examples for better understanding.

Key words: *curve, arc length, figure surface, cycloid.*

Ma'lumki, universitetning vazifasi ilg'or bilimlarni ishlab chiqarish, innovatsion ishlanmalarni joriy etish va tez o'zgaruvchan dunyoda faoliyat yurita oladigan, ilm-fan, texnologiya va boshqa sohalarining jadal rivojlanishini ta'minlaydigan dolzarb muammolarni hal qilishga yordam beradigan elita kadrlarni tayyorlashdir.



Biz quyida turli ko‘rinishdagi funksiyalar uchun egri chiziqli yoy uzunligi va egri chiziqli figura yuzasini topish formulalarini keltiramiz.

1. *Analitik aniqlangan funksiyalar uchun.* Musbat uzluksiz $y = f(x)$ funksiya grafigi, $x = a$, $x = b$ to‘g‘ri chiziqlar va Ox o‘qi bilan chegaralangan figuraning yuzini quyidagi formula bo‘yicha topish mumkin:

$$S = \int_a^b f(x) dx \quad (1.1)$$

Agar egri chiziqli figura $y = f_1(x)$ va $y = f_2(x)$ uzluksiz funksiyalarning kesishmaydigan grafiklari va $x = a$, $x = b$ to‘g‘ri chiziqlar bilan chegaralangan bo‘lsa, u holda egri chiziqli figuraning yuzasini quyidagi formula bo‘yicha topish mumkin:

$$S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx \quad (1.2)$$

Yoy uchlarining absissalari a va b bo‘lgan $y = f(x)$ tenglama bilan berilgan egri chiziq yoyi uzunligi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (1.3)$$

2. *Parametrli aniqlangan funksiyalar uchun.* Parametrli $x = x(t)$, $y = y(t)$ egri chiziq, $x(\alpha) = a$, $x(\beta) = b$, to‘g‘ri chiziqlar va Ox o‘qi bilan chegaralangan figuraning yuzasini quyidagi formula bo‘yicha topish mumkin:

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} y(t) x'(t) dt \quad (1.4)$$

Parametrik $x = x(t)$, $y = y(t)$, $(\alpha \leq t \leq \beta)$ tenglamalar bilan berilgan egri chiziqning yoy uzunligi quyidagi formula bilan



hisoblanadi:

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt \quad (1.5)$$

3. *Qutb koordinatalarda aniqlangan funksiyalar uchun.* Qutb koordinatalarida $r = r(\varphi)$ funksiya grafigi va $\varphi = \alpha$, $\varphi = \beta$ nurlar bilan chegaralangan yuza quyidagi formula bilan hisoblanadi:

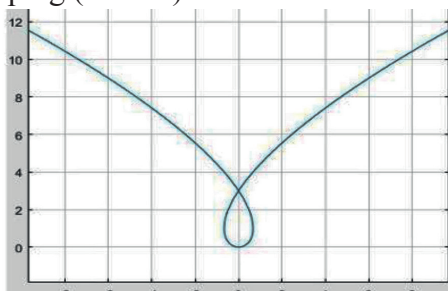
$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2(\varphi) d\varphi \quad (1.6)$$

Qutb koordinatalar sistemasida $r = r(\varphi)$, $(\alpha \leq \varphi \leq \beta)$ tenglama bilan berilgan egri chiziqning yoy uzunligi quyidagi formula bilan hisoblanadi:

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{[r(\varphi)]^2 + [r'(\varphi)]^2} d\varphi \quad (1.7)$$

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, barcha bu ajoyib egri chiziqlar turli xil koordinata tizimlarida tuzilishi mumkin, biz quyida ushbu egri chiziqlardan ba'zilarini sizga havola etamiz.

1-misol. $x = \frac{1}{3}t(t^2 - 3)$, $y = t^2$ egri chiziq bilan chegaralangan halqaning yuzasini toping (1-rasm).



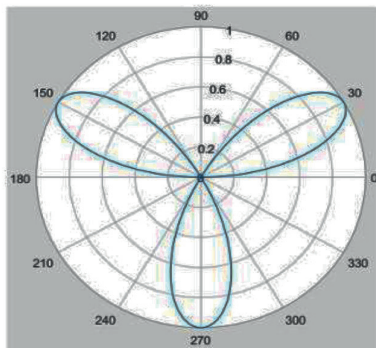
1-rasm. $x = \frac{1}{3}t(t^2 - 3)$, $y = t^2$ funksiya grafigi.

Yechish. Agar $t = \sqrt{3}$ bo'lsa, $x = 0, y = 3$. Agar $t = -\sqrt{3}$ bo'lsa, $x = 0, y = 3$. Bu (0.3) egri chiziqlarning o'z-o'zidan kesishish nuqtasi ekanligini anglatadi. Bundan tashqari, x ning qiymatlari t parametrining ortib borayotgan qiymatlari bilan ortadi. (1.4) formuladan foydalanib yuzani topamiz:

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} y(t)x'(t)dt = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} t^2 \left(\frac{1}{3}t(t^2 - 3) \right) dt = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} t^2(t^2 - 1)dt = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} (t^4 - t^2)dt =$$

$$= \left. \frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} \right|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} = 2 \left(\frac{9\sqrt{3}}{5} - \frac{3\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{8\sqrt{3}}{5}.$$

2-misol. $r = \sin(3\varphi)$ egri chiziqlarning bir gulgargining yuzasini toping (2-rasm).



2-rasm. $r = \sin(3\varphi)$ funksiya grafigi.

Yechish. φ quyidagi qiymatlarni oladi

$$\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{3} \right] \cup \left[\frac{2\pi}{3}, \pi \right] \cup \left[\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right]. \text{ Bir gulgarg uchun}$$

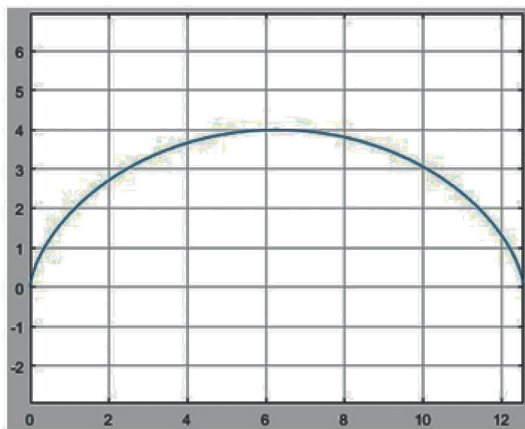
$\varphi \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$. (1.6) formuladan foydalanib, yuzani topamiz:

$$S = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} r^2(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/3} \sin^2(3\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/3} \frac{1 - \cos(6\varphi)}{2} d\varphi = \frac{1}{4} \left(\varphi - \frac{1}{6} \sin(6\varphi) \right) \Big|_0^{\pi/3} = \frac{\pi}{12}$$

3-misol. $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$ sikloidning yoy uzunligini toping (3-rasm).

Yechish. (1.5) formulaga ko'ra topamiz.

$$\begin{aligned} l &= \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{[2(1 - \cos t)]^2 + [2 \sin t]^2} dt = \\ &= 2 \int_0^{2\pi} \sqrt{2(1 - \cos t)} dt = 4 \int_0^{2\pi} \sin \frac{t}{2} dt = -\cos \frac{t}{2} \Big|_0^{2\pi} = 16 \end{aligned}$$

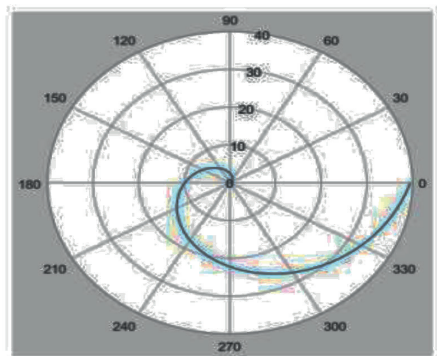


3-rasm. $x = 2(t - \sin t)$, $y = 2(1 - \cos t)$ funksiya grafigi.

4-misol. $\varphi = 0$ dan $\varphi = 2\pi$ gacha bo'lgan $r = \varphi^2$ yoy uzunligini toping (4-rasm).

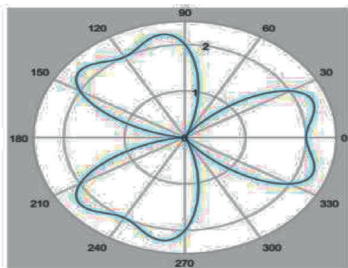
Yechish. (1.7) formulaga ko‘ra topamiz.

$$l = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{[r(\varphi)]^2 + [r'(\varphi)]^2} d\varphi = \int_0^{2\pi} \sqrt{\varphi^4 + 4\varphi^2} d\varphi = \frac{(\varphi^2 + 4)^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_0^{2\pi} = \frac{8}{3} \left((\pi^2 + 1)^2 - 1 \right).$$

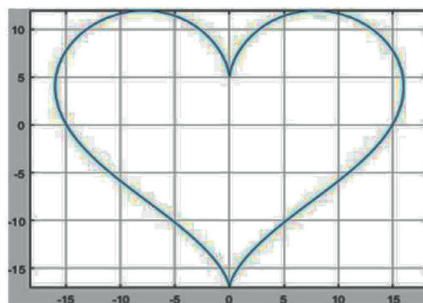


4-rasm. $r = \varphi^2$.

Quyida qiziquvchilar uchun ba’zi chiroyli egri chiziqlarni keltiramiz va ushbu egri chiziqlar uchun yoy uzunligini va figura yuzasini topishni qiziquvchilar uchun qoldiramiz.



6-rasm. $r = 1 + \cos(3\varphi) + \sin^2(3\varphi)$
funksiya grafigi



7-rasm.
 $x = 16 \sin^3(t)$
 $y = 13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)$
funksiya grafigi



Xulosa qilib aytishimiz mumkinki, hayotda biz juda ko'p chiroyli egri chiziqlarga duch kelamizki, ba'zida ulardan ko'zimizni uzib bo'lmaydi. Biz ular bilan shunchalik tez-tez uchrashamizki, biz ularga shunchalik ko'nikib qolganmizki, ularni sezmaymiz. Ushbu maqolada keltirilgan ma'lumotlar bakalavriatning birinchi kurs talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, matematikada va uning qo'llanilishida uchraydigan ba'zi maxsus egri chiziqlarning tenglamalari, asosiy geometrik xossalari, chizmalari keltirilgan va bu turdagi egri chiziqlar bilan bog'liq bo'lgan tekis figuraning yuzasi va egri yoyi uzunligini hisoblash muammolari ko'rib chiqilgan.

Adabiyotlar:

1. Азларов Т., Мансуров Х. Математик анализ 1 – қисм Т.: «Ўзбекистон» 2 т: 1994 й. – 336 б.
2. Toshmetov O', Turgunbayev R., Saydamatov E., Madirimov M. Matematik analiz I-qism T.: "Extremum-Press", 2015. -408 b.
3. Блинова И.В., Попов И.Ю. Кривые, заданные параметрически и в полярных координатах. Учебное пособие. – СПб: Университет ИТМО, 2017. – 56 с.



FUNDAMENTAL MATEMATIKA VA UMUMIY O'RTA TA'LIM MATEMATIKASI O'RTASIDAGI ALOQADORLIK TAHLILI

*R.K.Rizayev, TDPU, katta o'qituvchi
M.N, Jo'rayeva, QarshiDU, katta o'qituvchi*

Ushbu maqolada umumiy o'rta ta'lim muassasalarida o'qitiladigan matematika va matematika fanidagi asosiy strukturalar orasidagi aloqadorlik amaldagi maktab darsliklar asosidagi tahlili va uning ahamiyati bayon qilinadi.

Kalit so'zlar: *algebraik amallar, to'plam, munosabat, grupp, halqa, vektor fazo, topologiya*

В данной статье описан анализ взаимосвязи основных математических структур и математики, преподаваемой в общеобразовательных средних учебных заведениях на основе действующих школьных учебников, и его значение.

Ключевые слова: *алгебраические операции, множество, отношение, группа, кольцо, векторное пространство, топология.*

In this article, the analysis of the relationship between the basic mathematical structures and mathematics taught in general secondary educational institutions based on the current school textbooks and its importance is described.

Key words: *algebraic operations, set, relation, group, ring, vector space, topology*

Dastlab matematikaning asosiy tushunchasi bo'lgan to'plam va unga bog'liq bo'lgan qism to'plam, to'plamlar ustida amallar, to'plamdagi munosabatlar nuqtai nazardan tahlil qilamiz.

O'quvchilar butun maktab matematika kursi davomida yashirin shaklda to'plam tushunchasiga duch kelishadi. Boshlang'ich maktabda ular natural sonlar to'plami bilan tanishadilar. O'rganish davomida natural sonlar to'plami haqiqiy sonlar to'plamiga kengayadi.



Maktab matematika kursidagi sonli to'plamlarning eng muhim misollari quyidagilardan iborat: natural, butun, ratsional, irratsional va haqiqiy sonlar to'plamlari.

O'quvchilarga to'plam tushunchasi haqida ma'lumot berilmaydi. To'plam jamlanba, to'lda, sinf, guruh kabi so'zlarning sinonimi kabi ishlatiladi.

To'plam atamasiga o'quvchilar 7-sinfda duch kelishadi. "Funksiya grafigi koordinata tekisligining absissalari erkli o'zgaruvchining qiymatlariga, ordinatalari esa funksiyaning unga mos qiymatlariga ega bo'lgan barcha nuqtalar to'plamidir." [1, 116 b.]

Har bir $f(x)=0$ tenglama ikkita to'plam bilan bog'langan: $f(x)$ ifoda sonli qiymatga ega bo'lgan to'plam; bu tenglamani qanoatlantiradigan sonlar to'plami.

Maktab kursi ham bilvosita "qism to'plam" tushunchasidan foydalanadi. Masalan, butun sonlar to'plamining qismi sifatida natural sonlar to'plami, manfiy sonlar to'plami, biror butun songa karrali sonlar to'plami va boshqalar ajratiladi.

Tengsizliklarni yechish orqali o'quvchilar 8-sinfda o'zlariga ma'lum bo'lgan sonli to'plamlarning qism to'plamlari - sonli oraliqlar (kesma, nur, interval, yarim interval) bilan tanishadilar. [2, 100 b.]

To'plamlar ustida amallar tenglamalar (tengsizliklar) sistemasini yechishda qo'llaniladi, chunki tenglamalar (tengsizliklar) sistemasining yechimlari to'plami tenglamalarning (tengsizliklarning) har birining yechimlari to'plamining kesishishidir. $f_1(x) \cdot f_2(x) \cdot \dots \cdot f_n(x) = 0$ ko'rinishdagi tenglamalarni yechishda to'plamlarni birlashtirish amalidan foydalanamiz.

To'plamlar nazariyasining asosiy tushunchalaridan biri munosabat tushunchasi bo'lib, u o'quvchilarning matematik bilimlarini shakllantirishda katta rol o'ynaydi. Algebra va geometriya bo'yicha maktab kurslari juda ko'p turli xil munosabatlarga doir misollarni o'z ichiga oladi. Biz ulardan eng muhimlarini sanab o'tamiz.

Arifmetika kursida o'quvchilar son va kattaliklarni solishtiradilar, taqqoslash jarayonining natijasi esa ma'lum bir munosabatdir. Natural sonlar to'plamidagi munosabatlar orasida "katta", "kichik", "a ga katta (kichik)", "tenglik", "bo'linuvchanlik" munosabatlari mavjud.

Algebra kursini o'rganayotganda ham o'quvchilar munosabatlarni hisobga olishlari kerak. Masalan, qandaydir m soniga bo'linganda bir xil qoldiqni beradigan sonlarlar mavjud. Bu natural sonlar to'plamidagi m modul bo'yicha taqqoslash munosabati. O'rta maktab matematikasida o'qitiladigan sonli argumentning funksiyalari sonlar to'plamidagi nisbatlardir. Shuning uchun munosabatlar, ularning grafiklari va xossalari o'rganish asosiy matematika kursida o'rganiladigan mazmun bilan bevosita bog'liqdir.

Geometriyani o'rganish ham munosabatlarni o'rganish bilan bog'liq. Geometriyaning birinchi aksiomalari tegishlilik munosabatlariga asoslanadi (nuqta to'g'ri chiziqqa, to'g'ri chiziq tekislikka tegishli va hokazo). O'quvchilar kesmalar uzunliklari, to'rtburchaklar yuzlari va boshqa to'plamlarda "katta" va "kichik" munosabatlariga duch keladilar.

Munosabatlarning eng muhim turlaridan biri ekvivalentlik munosabatidir. Maktab matematikasi kursida ekvivalentlik munosabatlariga ko'plab misollarini topish mumkin. Asosan, asosiy kursda o'rganilgan ko'plab tushunchalar turli to'plamlarda aniqlangan ekvivalentlik munosabatlarining maxsus nomlari bo'lib, ulardan ba'zilar uchun reflekslik, simmetriya va tranzitivlik xossalari bayon qilingan. Quyida shunga doir misollar ko'ramiz.

1) m/n ko'rinishdagi kasrlar to'plamidagi tenglik munosabati, bunda m butun son, n natural son, ekvivalentlik munosabati hisoblanadi (6-sinf).

2) Bir noma'lumli tenglamalar yoki tengsizliklar to'plamida tengkuchlilik ekvivalentlik munosabati bo'ladi (7-sinf).

3) Tekislikning barcha figuralari to'plamida oxshashlik ekvivalentlik munosabati bo'ladi (9-sinf).



Ammo, maktabda munosabatlarning umumiy tushunchasi aniqlanmagan, o'quvchilar turli munosabatlarning xususiyatlaridagi o'xshashliklarni tahlil qilish va shu asosda muhim munosabatlar turlarini aniqlashda ishtirok etmaydilar.

Algebraik amallar. Maktab matematika kursida algebraik amallarga misollar keng keltirilgan.

Birinchi sinfdan boshlab 1 dan 100 gacha raqamlarni qo'shish operatsiyasi o'rganiladi, bu esa keyinchalik ushbu operatsiyani natural sonlarning butun to'plamida o'rganishga olib keladi. Maktab matematika kursida amal tushunchasining kengayishi son tushunchasining kengayishi (beshinchi sinfdan natural sonlar ustida amallar, oltinchi sinfdan butun va ratsional sonlar ustida amallar, haqiqiy sonlar ustida amallar) bilan parallel ravishda yuz beradi. sakkizinchi sinf, o'n birinchi sinfdan kompleks sonlar bo'yicha).

Algebraik strukturalar. Algebraik strukturalarni o'rganish butun maktab matematika kursining "o'tish" chizig'idir. Maktab matematika kursining o'quv rejasida yashirin tarzda gruppalar, halqalar va maydonlarning quyidagi misollarini o'z ichiga oladi:

6-sinf [5]:

- butun sonlarning additiv gruppasi;
- ratsional sonlarning additiv gruppasi;
- nolsiz ratsional sonlarning multiplikativ gruppasi;
- butun sonlar halqasi;
- ratsional sonlar maydoni.

7-sinf [1]:

-bir o'zgaruvchili ko'phadlar halqasi.

8-sinf [2]:

- noldan farqli ratsional sonning butun darajalarining multiplikativ gruppasi;
- haqiqiy sonlarning additiv gruppasi;
- nolsiz haqiqiy sonlarning multiplikativ gruppasi;



- haqiqiy sonlar maydoni;
- tekislik burishlar gruppasi;
- tekislikning parallel ko'chirishlar gruppasi.

9-sinf [3]:

- noldan farqli sonning ratsional darajalarning multiplikativ gruppasi;
- gomotetiyalar gruppasi.

Vektor fazo. Maktab matematika kursida vektor fazo tushunchasi aniq kiritilmagan. Biroq, uning ko'pgina talqinlari maktab algebra va geometriya kursida aniq ko'rib chiqiladi. Masalan, "Geometriya 8" [4] darsligining 35-39-bandlarida tekislikda vektor tushunchasi kiritilib, ikki vektorni qo'shish, ayirish amallari aniqlanadi va ularning xossalari isbotlanadi; vektorni songa ko'paytirish tushunchasi kiritiladi, uning xossalari sanab o'tiladi. Bu xossalari chiziqli vektor fazo aksiomalarini ko'rish qiyin emas.

Stereometriya kursida shunga o'xshash masalalar "Fazoda koordinatalar sistemasi va vektorlar" mavzusini o'rganishda muhokama qilinadi [6].

Shunday qilib, vektor fazosi tushunchasini aniq ta'kidlamasdan, uning tuzilishi maktab kursida o'rganiladi.

Algebra kursida o'quvchilar vektor fazosi bo'lgan haqiqiy sonlar to'plamini o'rganadilar. Matematika dasturi masalalarni yechishda vektor usullaridan keng foydalanishni nazarda tutadi.

Topologik strukturalar. Topologiya geometriya bo'limi sifatida maktab kursida hech qanday tarzda taqdim etilmaydi. Faqat ma'lum ta'riflar va masalalar figuralarning topologik xususiyatlariga asoslanadi. Masalan, ta'rif: "aylana - doiraning chegarasi" yoki "Ko'pburchak - oddiy yopiq sinq chiziq bilan chegaralangan tekislikning bir qismi", qavariq ko'pburchakning barcha diagonallarini hisoblash masalasi. Biroq, elementar geometriya va topologiya o'rtasida ma'lum aloqalarni o'rnatish mumkin. Bundan tashqari, figuralarning eng chuqur geometrik



xossalarini o'rganish istagi topologiya g'oyalariga olib keladi. Masalan, "ichki soha", "tashqi soha", "chegara" kabi fundamental topologik tushunchalar yordamida o'quvchilar ikki o'lchamli figuralarni tekislikning biror chiziqlar bilan chegaralangan qismi sifatida yoki uch o'lchamli figuralarni biror sirtlar bilan chegaralangan fazoning qismi sifatida tushunadilar.

Bajarilgan tahlildan bo'lajak matematika o'qituvchilariga fundamental matematika fanlarini o'qitishda ularning maktabda olgan bilimlarini faollashtirish asosida yangi mavzularni bayon qilishda, o'rganilayotgan yangi tushunchalarning maktab matematikasining asosini tashkil etishini ko'rsatishda foydalanish mumkin.

Adabiyotlar:

1. Algebra 7-sinf [Matn]: darslik / A. Akmalov [va boshq.]. – Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022. – 192 b.
2. Algebra. 8-sinf uchun darslik, Alimov Sh.A. va b. 4-nashri. – T.: "O'qituvchi" NMIU, 2019.-240b.
3. Algebra. 9-sinf uchun darslik, Alimov Sh.A. va b. 4-nashri. – T.: "O'qituvchi" NMIU, 2019.-240b.
4. Geometriya 8: Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 8- sinfi uchun darslik. / A.A. Rahimqoriyev, M.A. Toxtaxodjayeva. - Qayta ishlangan va to'ldirilgan 4- nashri. T.: O'zbekiston, 2019. -160 b.
5. Matematika 6-sinf [Matn]: darslik / Sh. Ismailov [va boshq.] – Toshkent: Respublika ta'lim markazi, 2022. – 240 b
6. Matematika 11. umumiy o'rta ta'lim maktablarining 11-sinfi, o'rta maxsus va kasb-hunar ta'limi muassasalari uchun darslik, 1-qism /M.A.Mirzaxmedov va b. T.: Zamin nashr. 2018.-192 b.



MARKAZIY KUCH MAYDONIDA TEBRANISH BILAN HARAKATLANAYOTGAN JISM UCHUN HARAKAT TENGLAMASI

X. K. Raimov, GDPI Aniq fanla kafedrası o'qituvchsi
Xayitboyeva Gulshoda Toir qizi, Rahmonova Zuhro Sherzod qizi,
DPI talabalari

Tortuvchi kuch ta'sirida aylanma harakatga qilayotgan jism o'z aylanish o'qi atrofida vertikal ravishda teng ravishda tebranishi mumkin. Yuqoriga va pastga vertikal tebranish, albatta, jisimning aylanish koordinatasiga qo'shimcha ravishda boshqa umumiy koordinatalarga ega bo'lishiga olib keladi.

Kalit so'zlar: *Elliptik tekislik, vertikal tebranishlar, kritik tezlik*

Тело, совершающее вращательное движение под воздействием силы притяжения, может также колебаться вертикально вокруг собственной оси вращения. Вертикальные колебания вверх и вниз, безусловно, приведут к тому, что тело будет обладать другими обобщенными координатами в дополнение к вращающейся координате.

Ключевые слова: *Эллиптическая плоскость, вертикальные колебания, критическая скорость*

A body undergoing a rotational motion under the influence of an attractive force may equally oscillate vertically about its own axis of rotation. The up and down vertical oscillation will certainly cause the body to possess another different generalized coordinates in addition to the rotating coordinate.

Key words: *Elliptical plane, vertical oscillation, critical velocity*

Markaziy kuchlar saqlanuvchidir kuchlardir. Uning kattaligi va yo'nalishi masofaga bog'liq va markazga yoki unga qarama-qarshi



yo'nalgan bo'ladi. Markaziy maydon tushunchasini ifodalashda qutub koordinatalar sistemasidan foydalanish hisoblashlarni osonlashtiradi, shu sababli markaziy kuchni $F = f(r)\hat{r}$ deb tanlab olamiz. Bunda $f(r) < 0$ bo'lganida tortuvchi, $f(r) > 0$ bo'lganida, itariluvchi kuchlarni ifodalaydi.

Misol uchun tortuvchi markaziy kuchlarga Quyosh hosil qilgan gravitatsion markaziy kuchlarini aytish mumkin. Bundan tashqari elektronlarni atomga bog'laydigan yadro kuchlari shubhasiz markaziy xususiyatga ega.

Markaziy kuch maydoni muvozanat atrofida tebranayotgan jismlarning harakat tenglamasini yozishda quyidagi vektordan foydalanamiz:

$$\vec{r} = r\hat{r} = r\hat{r}(\theta, \beta, \mu, \alpha, \phi) \quad (1)$$

Yuqoridagi vektordan vaqt bo'yicha to'liq hosila olamiz:

$$\mathbf{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt}\hat{r} + r\left(\frac{d\hat{r}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\beta}\frac{d\beta}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\mu}\frac{d\mu}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\phi}\frac{d\phi}{dt}\right) \quad (2)$$

$$\mathbf{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\beta}\hat{\beta} + r\dot{\mu}\hat{\mu} + r\dot{\phi}\hat{\phi} \quad (3)$$

(3) ifodadan vaqt bo'yicha hosila olib tezlanishni topamiz ya'ni:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} = \ddot{r}\hat{r} + \dot{r}\left(\frac{d\hat{r}}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\beta}\frac{d\beta}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\mu}\frac{d\mu}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\hat{r}}{d\phi}\frac{d\phi}{dt}\right) \\ + \dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta} + r\ddot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\theta}^2\left(\frac{d\hat{\theta}}{d\theta}\right) + \dot{r}\dot{\beta}\hat{\beta} + r\ddot{\beta}\hat{\beta} + r\dot{\beta}^2\left(\frac{d\hat{\beta}}{d\beta}\right) + \dot{r}\dot{\mu}\hat{\mu} + r\ddot{\mu}\hat{\mu} \\ + r\dot{\mu}^2\left(\frac{d\hat{\mu}}{d\mu}\right) + \dot{r}\dot{\alpha}\hat{\alpha} + r\ddot{\alpha}\hat{\alpha} + r\dot{\alpha}^2\left(\frac{d\hat{\alpha}}{d\alpha}\right) + \dot{r}\dot{\phi}\hat{\phi} + r\ddot{\phi}\hat{\phi} + r\dot{\phi}^2\left(\frac{d\hat{\phi}}{d\phi}\right) \\ \mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta} + (r\ddot{\beta} + 2\dot{r}\dot{\beta} - r\dot{\beta}^2 \tan \beta)\hat{\beta} \\ + (r\ddot{\mu} + 2\dot{r}\dot{\mu} - r\dot{\mu}^2 \tan \mu - r\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu)\hat{\mu} + \end{aligned} \quad (4)$$



β - yuqori radial orbital tebranish burchagi va α -pastki radial orbital tebranish burchagi. (4') tenglama vertikal tebranish effekti qo'shilganda markaziy kuch ta'sirida harakatlanayotgan jismning ifodalovchi yangi tezlanish tenglamasidir.

Navbatda kuchni topamiz, bunda kuchni koordinatani funksiyasi sifatida qaraymiz:

$$f(r) = m \left\{ (\ddot{r} - r\ddot{\theta}) - (r\dot{\beta}^2 \tan \beta + r\dot{\alpha}^2 \tan \alpha) \right\} \quad (5)$$

$$m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) = 0, m(r\ddot{\mu} + 2\dot{r}\dot{\mu}) = 0, m(r\ddot{\beta} + 2\dot{r}\dot{\beta}) = 0,$$

$$m(r\ddot{\alpha} + 2\dot{r}\dot{\alpha}) = 0, m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}) = 0 \quad (6)$$

(6) tenglamalar harakat miqdori momentini ifodalab $\theta, \beta, \mu, \alpha$ va ϕ koordinatalar oshib borishi bilan oshadi.

Orbital burchak tezlanish yo'nalishida kuch ta'sir etmaaydi, chunki kuch markaziy xarakterga ega ekanligidan, faqat radius bo'yicha yo'nalgan bo'ladi. Tangensial tezlanish tebranish fazasini kuchga aylantirib natijani nolga tenglab topamiz:

$$m(r\ddot{\mu} + 2\dot{r}\dot{\mu} - r\dot{\mu}^2 \tan \mu - 2r\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu) = 0 \quad (7)$$

$$m(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} - r\dot{\phi}^2 \tan \phi - 2r\dot{\phi}^2 \text{ctag} \phi) = 0$$

(7) tanglamaning ikkal ifodasi bir biriga o'xshash eanligidan birinichi tenglaamani yechish bilan kifoyalanamiz:

$$\frac{m}{r} (r^2 \ddot{\mu} + 2r\dot{r}\dot{\mu} - r^2 \dot{\mu}^2 \tan \mu - r^2 \dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu) = 0 \quad (8)$$

(8) tenglamani shaklini quyidagicha o'zgartiramiz:

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\mu}) - \frac{d}{dt} \int (r^2 \dot{\mu}^2 \tan \mu + 2r^2 \dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu)$$



Bundan quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\mu}) - \frac{d}{dt}\int(r^2\dot{\mu}^2 \tan \mu + 2r^2\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu) &\Rightarrow \\ \frac{d}{dt}\left\{(r^2\dot{\mu}) - \int(r^2\dot{\mu}^2 \tan \mu + 2r^2\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu)\right\} &= 0 \\ (r^2\dot{\mu}) - \int(r^2\dot{\mu}^2 \tan \mu + 2r^2\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu) &= E_I \end{aligned} \quad (9)$$

(7) ni ikkinch tenglamasi uchun E_I ga o'xshash ifodani olamiz:

$$(r^2\dot{\phi}) - \int(r^2\dot{\phi}^2 \tan \phi + 2r^2\dot{\phi}^2 \text{ctag} \phi) = E_{II} \quad (10)$$

Umumiy tebranish energiyasini topamiz:

$$E_{\text{teb}} = r^2(\dot{\mu} + \dot{\phi}) - \int r^2(\dot{\mu}^2 \tan \mu + \dot{\phi}^2 \tan \phi) - 2\int r^2(\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu + \dot{\phi}^2 \text{ctag} \phi) \quad (11)$$

Tebranish energiyasi radius vektorining funktsiyasi bo'lib, vertikal tebranish burchaklari ortishi bilan u manfiy bo'ladi.

(7) tenglamalarni yechaylik bund biz yuqoridagi tenglamani kvadrat tenglamaga oxshash usulda yechamiz, bunda $m \neq 0$ bo'lsin:

$$(r\ddot{\mu} + 2\dot{r}\dot{\mu} - r\dot{\mu}^2 \tan \mu - 2r\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu) = 0 \quad (12)$$

$$\dot{\mu} = \frac{2\dot{r} \pm \sqrt{(4\dot{r}^2 + 4\dot{r}^2 \ddot{\mu}(\tan \mu + 2\text{ctag} \mu))}}{2r(\tan \mu + 2\text{ctag} \mu)} \quad (13)$$

Ildiz ostidagi $4\dot{r}$ ni chiqarib qayta yozamiz:

$$\dot{\mu} = \frac{2\dot{r} \pm 2\dot{r} \sqrt{\left(1 + \frac{r^2}{\dot{r}^2} \ddot{\mu}(\tan \mu + 2\text{ctag} \mu)\right)}}{2r(\tan \mu + 2\text{ctag} \mu)} \quad (14)$$

(14) diskriminantni nolga tenglab quyidagini topamiz:

$$D = 1 + \frac{r^2}{\dot{r}^2} \ddot{\mu}(\tan \mu + 2\text{ctag} \mu) = 0 \quad (15)$$

$$\ddot{\mu}(\tan \mu + 2ctag \mu) = -\frac{\dot{r}^2}{r^2} \Rightarrow \dot{r}^2 = -r^2 \ddot{\mu}(\tan \mu + 2ctag \mu)$$

yuqoridagi tenglikdan $\dot{r}$ ni topamiz:

$$\dot{r} = -r \sqrt{\ddot{\mu}(\tan \mu + 2ctag \mu)}, \quad (16)$$

shunday qilib, radial tezlik radius vektoriga to'g'ri proporsional va vertikal tebranish burchaklarining kvadrat ildiziga ham to'g'ri proporsional proporsionaldir. Vertikal aylanishning tebranish burchaklari ortishi bilan radial tezlik kamayadi deb xulosa qilish mumkin.

Jismning kinetik energiyasini (3) tenglamadan foydalanib topamiz:

$$T = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \dot{\beta}^2 + r^2 \dot{\mu}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) \quad (17)$$

Harakat tenglamasini topish uchun olingan ifodalarni Lagrang tenglamasiga qo'yamiz:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad (18)$$

(18) tenglamadagi q va $\dot{q}$ lar mos ravishda umumlashgan koordinata va umumlashgan tezlik bo'lib,

$$q = (r, \theta, \beta, \mu, \alpha, \phi), \quad \dot{q} = (\dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\beta}, \dot{\mu}, \dot{\alpha}, \dot{\phi}) \quad \text{h a m d a}$$

$L = T - U(r)$ ekanligini esga olib, topamiz:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial U(r)}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U(r)}{\partial q} \Rightarrow \left| \frac{\partial U(r)}{\partial \dot{q}} = 0, \frac{\partial U(r)}{\partial q} = \frac{dU}{dq} \right| \Rightarrow \quad (19)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{dU}{dq} = 0$$

mos hosilalarini o'rniga qo'ysak:

$$\frac{d}{dt} (m\dot{r}) - m\dot{r} (\dot{\theta}^2 + \dot{\beta}^2 + \dot{\mu}^2 + \dot{\alpha}^2 + \dot{\phi}^2) - f(r) = 0 \quad (20)$$



(19) ifodan ikkinchi va uchunchi hadlaridan umumlashgan koordinata bo'yicha olingan hosilalarini nol desak, sodda tenglamani olamiz:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) = 0, \quad (21)$$

bu yerdan ba'zi algebraik algebraik almashtirishlarni bajarsak quyidagilar kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\theta}) &= 0; \quad (mr^2 \dot{\theta}) = l; \quad \dot{\theta} = \frac{l}{mr^2} \\ \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\beta}) &= 0; \quad (mr^2 \dot{\beta}) = l; \quad \dot{\beta} = \frac{l}{mr^2} \\ \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\mu}) &= 0; \quad (mr^2 \dot{\mu}) = l; \quad \dot{\mu} = \frac{l}{mr^2} \\ \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\alpha}) &= 0; \quad (mr^2 \dot{\alpha}) = l; \quad \dot{\alpha} = \frac{l}{mr^2} \\ \frac{d}{dt} (mr^2 \dot{\phi}) &= 0; \quad (mr^2 \dot{\phi}) = l; \quad \dot{\phi} = \frac{l}{mr^2} \end{aligned} \quad (22)$$

Yuqoridagi tenglamalar m massali jisimning Lagranj harakat tenglamalar to'plami ekan. (22) ifodalarni (20) ni mos o'rniga qo'yib quyidagi ifodani olamiz:

$$\frac{d}{dt} (m\dot{r}) - 5mr \left(\frac{l}{mr^2} \right)^2 - f(r) \Rightarrow \frac{d}{dt} (m\dot{r}) - \frac{5l^2}{mr^3} - f(r) = 0 \quad (23)$$

(23) tenglamani ikki tamonini $\dot{r}$ ga ko'paytirib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d}{dt} (m\dot{r}) \dot{r} - \frac{5l^2}{mr^3} \dot{r} - f(r) \dot{r} = 0 \quad (24)$$

hosil bo'lgan ifodani dt ga ko'paytirib olamiz:

$$d(m\dot{r}^2) - \frac{5l^2}{mr^3} dr - f(r) dr = 0 \quad (25)$$

(25) ni integrallab energiyani topamiz:

$$\left(\frac{1}{2}m\dot{r}^2\right) + \frac{5l^2}{2mr^2} - \int f(r)dr = E_r \quad (26)$$

(26) tenglama jismning tangensial tebranish hamda markaziy nuqta atrofida aylanib yurishda ega bo'lgan radial energiyasini beradi. Yuqoridagi mulohazalardan E_t jismning umumiy energiyasi, aylanma harakat radial energiya E_r va tebranish energiyasi E_{teb} yig'indisi bo'lar ekan, ya'ni:

$$E_t = r^2(\dot{\mu} + \dot{\phi}) - \int r^2(\dot{\mu}^2 \tan \mu + \dot{\phi}^2 \tan \phi) - 2 \int r^2(\dot{\mu}^2 \text{ctag} \mu + \dot{\phi}^2 \text{ctag} \phi) \quad (27)$$

$$+ \left(\frac{1}{2}m\dot{r}^2\right) + \frac{5l^2}{2mr^2} - \int f(r)dr$$

(27) dan koo'rinadaiki, tebranish energiyasi E_t uchta mustaqil umumlashtirilgan koordinatadan va ikkita asosiy qismdan iborat bo'lar ekan.

Xulosa qilib biz ushbu maqolada jismning ma'lum markaziy tortishish hamda qo'shimcha ravishda tangensial ta'sir etuvchi tebranish kuchiga bog'liq bo'lgan harakati masalasini qarab chiqdik. Bu holat uchun jismning tezligini, energiyasini hisoblash formulalarini keltirib chiqardik.

Adabiyotlar:

- 1.E.T. Whittaker, *Analytical Dynamics*, Cambridge, England, Cambridge University Press, pp. 23-76, 1937.
2. B.A.Fayzullayev, Nazariy mexanika, Toshkent "Cho'lpon nomidagi nashryot –matbaa ijodiy uyi", 2011
3. J.L. Meriam and L.G. Kraige, *Engineering mechanics*, DYNAMICS, 5th Edition, pp. 44-89, 2009.
4. Robert Youngme, David Lori, *Classical Mechnics*, Taylor & Francis Group, LC pp 1-79, 2013.
5. И. В. Савельев, Основы теоретическая физики, том 1, Москва «Наука» 1991 г.



BINAR MUNOSABATLAR VA ULARNING MATRITSALARI

G.R.Muxamedova, TDPU, “Umumiy matematika” kafedrası
dotsenti,

E.L.Taymanova, CHDPU, “Algebra va matematik analiz”
kafedrası o‘qituvchisi

Maqolada binar munosabatlar va ularning matritsalari haqida so‘z boradi. Binar munosabatlarning matritsa tilidagi asosiy xossalari keltirildi, har bir ta’rif va keltirilgan xossalar ularning mohiyatini ochib bera oladigan misollar orqali izohlandi.

Kalit so‘zlar: binar munosabat, binar munosabat matritsasi, refleksivlik, simmetriklik, tranzitivlik.

В статье речь идёт о бинарных отношениях и их матрицах. Приведены основные свойства бинарных отношений в матричном языке, каждое определение и приведённые свойства пояснены примерами, способными раскрыть их сущность.

Ключевые слова: бинарное отношение, матрица бинарного отношения, рефлексивность, симметричность, транзитивность.

The article deals with binary relations and their matrices. The main properties of binary relations in the matrix language are given, each definition and given properties are explained with examples that can reveal their essence.

Key words: binary relation, binary relation matrix, reflexivity, symmetry, transitivity.

Binar munosabatlar zamonaviy matematika va uning tatbiqlarida muhim o‘rin tutadi. Binar amallar kabi binar munosabatlar matematikaning tuzilmaviy-tushunchaviy asosiga ham kiritiladi [1]. Ularning turli xossalari mavjud bo‘lib, bu xossalar orqali binar munosabatlarni sinflarga ajratish mumkin. Ma’lumki, *funktsiya*,

ekvivalentlik, tartiblanganlik kabi binar munosabatlar alohida o'rin tutadi.

Lekin talabalar tomonidan “Binar munosabatlar” mavzusining o'zlashtirilishi qayinchilik tug'dirishi ham sir emas. Birinchi navbatda, binar munosabat tushunchasi ta'rifining formal shaklda ekanligi sabab bo'lib, bu tushuncha talabaga avvaldan tanish bo'lgan tushunchalarni va adekvat tasavvurlarni eslatmaydi. Shuning uchun ham binar munosabat tushunchasini kiritish va o'qitish metodikasi ham alohida yondashuvni talab etadi.

Quyida binar munosabatlarni va ular bilan bog'liq masalalarni hal qilishda yaxshi samara beruvchi tushuncha – *binar munosabat matritsasi* haqida fikr yuritamiz.

$A = \{a_1, a_2 \dots a_m\}$ va $B = \{b_1, b_2 \dots b_n\}$ chekli to'plam va $P \subseteq A \times B$ binar munosabat berilgan bo'lsin. P binar munosabatning $m \times n$ o'lchamli $[P] = (p_{ij})$ matritsasini quyidagi qoida bo'yicha aniqlaymiz:

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } (a_i, b_j) \in P \\ 0, & \text{agar } (a_i, b_j) \notin P \end{cases}$$

Bu matritsa elementlar o'rtasidagi munosabatlarni to'liq ma'lumot bera oladi. *Elementlari 0 va 1 dan iborat har qanday matritsa qandaydir binar munosabatning matritsasini ifodalaydi [2].*

1-misol. $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ to'plamda aniqlangan

$$P = \{(a, b) \mid a \text{ soni } b \text{ ga qoldiqsiz bo'linadi}\}$$

munosabat berilgan bo'lsin. Bu

$$P = \{(1,1), (2,1), (2,2), (3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4), (6,1), (6,2), (6,3), (6,6)\}$$

binar munosabatning matritsasi



P	1	2	3	4	6
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	0	1	0	0
4	1	1	0	1	0
6	1	1	1	0	1

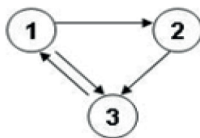
yoki

$$[P] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ko'rinishda bo'ladi.

2-misol. $A = \{1,2,3\}$ to'plamda grafi 1-chizmada ko'rsatilgan $P \subseteq A^2$ binar munosabat berilgan bo'lsin. Uning

matritsasi $[P] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ko'rinishda bo'ladi.



1-chizma

Yuqoridagi bu ta'riflar asosida **binar munosabat matritsalarining quyidagi asosiy xossalarini** keltirish mumkin:

1. Agar $P, Q \subseteq A \times B$, $[P] = (p_{ij})$, $[Q] = (q_{ij})$ bo'lsa, u holda $[P \cup Q] = (p_{ij} + q_{ij})$ va $[P \cap Q] = (p_{ij} \cdot q_{ij})$ bo'lib, bunda qo'shish $0 + 0 = 0, 1 + 1 = 0 + 1 = 1 + 0 = 1$ kabi, ya'ni mantiqiy qo'shish (dizyunksiya) bo'yicha, ko'paytirish esa odatdagidek amalga oshiriladi. Shunday qilib, $[P \cup Q] = [P] + [Q]$.

2. $[P] \cap [Q]$ matritsa $[P]$ va $[Q]$ ning mos elementlarni ko'paytirish orqali hosil qilinadi: $[P \cap Q] = [P] * [Q]$.

3. Agar $P \subseteq A \times B$, $Q \subseteq B \times C$ bo'lsa, u holda $[P \circ Q] = [P] \cdot [Q]$ bo'lib, bunda matritsalarini ko'paytirish

matritsalarini ko'paytirishning odatdagi qoidasiga ko'ra amalga oshiriladi, lekin elementlarning ko'paytmasi va yig'indisi 1-bandda belgilangan qoidalarga muvofiq amalga oshiriladi.

4. Teskari munosabat (munosabat inversiyasi) matritsasi P^{-1} esa P matritsaning transponirlangan matritsasiga teng bo'ladi, ya'ni $[P^{-1}] = [P]^T$

5. Agar $P \subseteq Q$, $[P] = (p_{ij})$, $[Q] = (q_{ij})$ bo'lsa u holda $p_{ij} \leq q_{ij}$ o'rinli bo'ladi.

6. Ayniy munosabat id_A ning matritsasi birlik matritsadir:

$$[id_A] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Bu xossalarni misollarda ham ko'rish mumkin:

3-misol. $[P] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $[Q] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ matritsalar P va Q

munosabatlarning matritsalarini bo'lsin, u holda,

$$[P \cup Q] = [P] + [Q] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[P \cap Q] = [P] * [Q] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4-misol. Agar $[P] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $[Q] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ bo'lsa, u holda

$$[P \circ Q] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

bo'ladi.



Endi munosabatlarning matritsalar tilidagi xossalarini ko'rib chiqamiz.

P binar munosabat $A : P \subseteq A^2$ to'plamda berilgan bo'lsin.

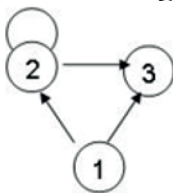
– agar matritsasining asosiy diagonal faqat birlardan iborat bo'lsa, P munosabat **refleksiv**;

– agar matritsa elementlari asosiy diagonalga nisbatan simmetrik bo'lsa, P munosabat **simmetrik**;

– agar $[P] * [P]^T$ matritsada asosiy diagonal tashqaridagi barcha elementlar nolga teng bo'lsa, P munosabat **antisimmetrik**;

– agar $[P \circ P] = [P]$ tenglik o'rinli bo'lsa, P munosabat **tranzitiv** bo'ladi.

5-misol. 2-chizmada $A = \{1, 2, 3\}$ to'plamda berilgan $P \subseteq A^2$ munosabat tasvirlangan, bu munosabatning xossalarini tekshiraylik.



2-chizma

$P \subseteq A^2$ munosabat matritsasi

$$[P] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

matritsadan iborat bo'lib, $[P]$ matritsaning asosiy diagonalida nol elementlar mavjud bo'lganligi sababli, munosabat P **refleksiv emas**, $[P]$ matritsa simmetrik emas, bundan P munosabat **simmetrik emasligi** kelib chiqadi.

Antisimmetrik munosabatini tekshirish uchun quyidagi matritsani topamiz:

$$[P \cap P^{-1}] = [P] * [P]^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Hosil bo'lgan matritsadagi asosiy diagonaldan tashqaridagi barcha elementlar nolga teng, shu sababli P munosabat *antisimmetrik*dir.

$$[P \circ P] = [P] \cdot [P] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

u holda $P \circ P \subseteq P$ bo'lib, P munosabat *tranzitiv binar munosabat* bo'ladi. Haqiqatan, qarayotgan $P = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3)\}$ munosabat uchun $\forall x, y, z \in A$ uchun $(x, y) \in P \wedge (y, z) \in P$ dan $(x, z) \in P$ kelib chiqadi [3].

Bu ma'lumotlarni mustahkamlash uchun kiritilgan tushunchalarni tushunish va, albatta, misollarda ham qo'llay olish uchun tizimli tarzda misol va masalalardan foydalanish zarur [4]. Bu kabi qo'shimcha ma'lumotlarni to'garak mashg'ulotlari, kurs ishlari va bitiruv malakaviy ishlar mazmuniga kiritish mumkin.

Adabiyotlar:

1. Мальцев А. И. Алгебраические системы. М.: Наука, 1970. 392 с.; Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика. М.: Наука, 1990. 384 с.
2. Binar munosabatlar va ularning matritsalar <https://slideplayer.com/slide/18222220/>
3. Nazarov R. N. va boshq. Algebra va sonlar nazariyasi: Ped. in-t va un-t fiz.-mat. fak. talabalar uchun o'quv qo'llanma/R. N. Nazarov, B. T. Toshpulatov, A. D. Do'sumbetov, 2 qismli. Q. I.-T.: O'qituvchi, 1993. - 320 b.
4. Столл Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. М.: Просвещение, 1968. 232 с.;



MATEMATIKA JOZIBASI

MEDIANA TUSHUNCHASINING BA'ZI UMUMLASHMALARI

*D.E.Davletov, Renessans ta'lim universiteti Matematika va
tabiiy fanlar kafedrası dotsenti*

*Sh.I.Sharipova, Renessans ta'lim universiteti Matematika va
tabiiy fanlar kafedrası katta o'qituvchisi*

*Z.O.Tursunova, TDPU Umumiy matematika kafedrası
katta o'qituvchisi*

*Ushbu maqolada mediana tushunchasini va uning xossalarini
ixtiyoriy qavariq ko'pburchaklar uchun umumlashmalari keltirilib,
 n – burchakli ko'pburchak uchun k -tartibli mediananing aniqlanishi va
uning masalalarda tatbiqlari beriladi.*

***Kalit so'zlar:** uchburchak, to'rtburchak, ko'pburchak, mediana,
og'irlik markazi, bimediana.*

*В этой статье обобщено понятие медианы и ее свойства для
произвольных выпуклых многоугольников, определена медиана k -го
порядка для n -угольного многоугольника и даны ее приложения в
задачах.*

***Ключевые слова:** треугольник, четырехугольник,
многоугольник, медиана, центр тяжести, бимедиана.*

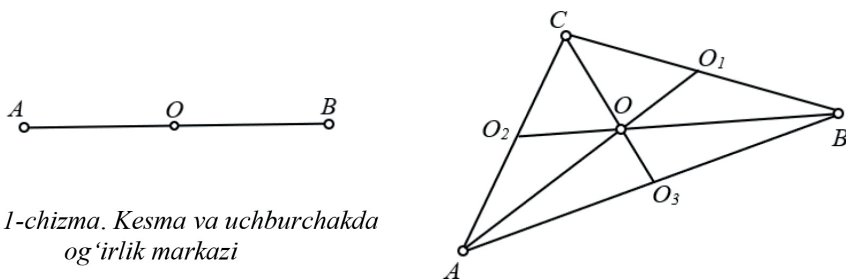
*This article generalizes the concept of a median and its properties
for arbitrary convex polygons, defines the k^{th} -order median for any
 n -gonal polygon, and gives its applications in problems.*

***Key words:** triangle, rectangle, polygon, median, center of gravity,
bimedian.*

Ma'lumki mediana tushunchasi asosan uchurchaklar uchun
o'rganilib bu tushunchaning to'rtburchaklar va qolgan ko'pburchaklar

uchun mavjudligi qaralmaydi. Biz ushbu maqolada ixtiyoriy qavariq to'rtburchaklar va ko'pburchaklarda mediana tushunchasi qanday kiritilishi va uchburchakdagi xossasiga o'xshash xossalarga ega ekanligi ko'rsatiladi.

Ma'lumki, kesmaning og'irlik markazi uning o'rtasida joylashadi va bu nuqtada kesma $1:1$ nisbatda bo'linadi. Endi uchburchak medianasiga *"Uchburchakning uchini uning qarshisidagi kesmaning og'irlik markazi bilan tutashtiruvchi kesma"* sifatida ta'rif berish mumkin.



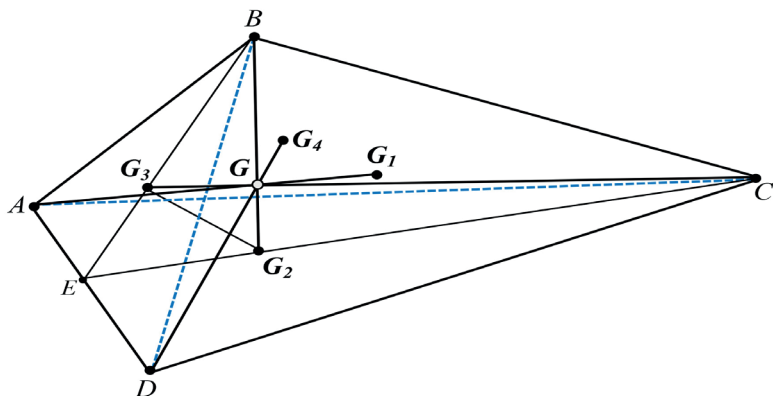
1-chizma. Kesma va uchburchakda og'irlik markazi

Ma'lumki uchburchakning medianalari bitta nuqtada kesishib kesishgan nuqtasi (og'irlik markazi)da uchidan boshlab hisoblaganda $2:1$ nisbatda bo'linadi.

E'tibor beradigan bo'lsak kesmaning ikkita uchi bo'lib o'g'irlik markazi uni $1:1$ nisbatda bo'ladi, uchburchakning uchta uchi bo'lib og'irlik markazi medianani $2:1$ nisbatda bo'ladi.

Endi ixtiyoriy qavariq to'rtburchak uchun mediana tushunchasini kiritamiz. Yuqorida biz mediana tushunchasini uchburchak uchun uning uchini qarshisidagi kesmaning og'irlik markazi bilan tutashtiruvchi kesma sifatida aniqlangan edi. Shu mulohazalarni to'rtburchak uchun umumlashtiradigan bo'lsak to'rtburchak biror *tayin uchini uning qolgan uchta uchlarini tutashtirishdan xosil bo'lgan uchburchakning og'irlik markazi bilan tutashtiruvchi kesma*ga to'rtburchakning medianasi deyiladi. Aytaylik bizga $ABCD$ qavariq to'rtburchak berilgan bo'lsin.

Uning A uchini BCD uchburchakning og'irlik markazi G_1 bilan tutashtiruvchi AG_1 , B uchini ACD uchburchakning og'irlik markazi G_2 bilan tutashtiruvchi BG_2 , C uchini ABD uchburchakning og'irlik markazi G_3 bilan tutashtiruvchi CG_3 , D uchini ABC uchburchakning og'irlik markazi G_4 bilan tutashtiruvchi DG_4 kesmalarga mos ravishda to'rtburchakning mos ravishda A , B , C , D nuqtalardan chiqqan medianalari deyiladi.



2-chizma. Qavariq to'rtburchakda medianalar va og'irlik markazi

To'rtburchakning AG_1 , BG_2 , CG_3 va DG_4 medianalarining bitta nuqtada kesishishini va kesishish nuqtasida uchidan boshlab hisoblaganda $3:1$ (uchburchakda $2:1$ nisbatda edi) nisbatda bo'linishini ko'rsatamiz.

$\triangle ABD$, $\triangle ACD$ larni qarasak, CE va BE kesmalar bu uchburchaklarning medianalari bo'lgani uchun $\frac{EC}{EG_2} = \frac{3}{1}$ va $\frac{EB}{EG_3} = \frac{3}{1}$

tengliklar o'rinli bo'lib, demak $\frac{EC}{EG_2} = \frac{EB}{EG_3}$.

Bundan $G_2G_3 \parallel BC$ va $\frac{G_2G_3}{BC} = \frac{EG_2}{EC} = \frac{3}{1}$ munosabatlar o'rinli ekanligi kelib chiqadi.

 $\Delta GG, G_3$ va ΔGBC larning o'xshashligidan

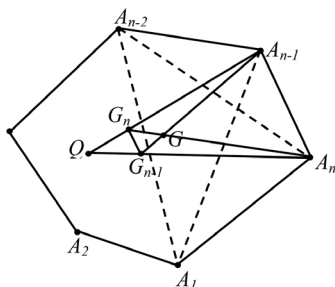
$$\frac{CG}{GG_3} = \frac{BG}{GG_2} = \frac{BC}{G_2G_3} = \frac{3}{1}$$

munosabatlarga ega bo‘lamiz.

Demak to'rtburchakning ixtiyoriy ikkita qo'shni uchidan chiqqan medianalari kesishgan nuqtasida $3:1$ nisbatda bo'linadi, bundan to'rtburchakning barcha to'rtta medianalari bitta G nuqtada kesishib kesishish nuqtasida $3:1$ nisbatda bo'linadi. Bundan to'rtburchakning to'rtta medianalari bitta nuqtada kesishib kesishgan nuqtasida $3:1$ nisbatda bo'lininishi kelib chiqadi.

Yuqorida jarayonni davom qildirib, ya'ni uchburchak va to'rtburchaklar uchun aniqlaganimiz kabi qavariq n burchakning medianalarini uning biror *uchini qolgan $(n-1)$ ta uchlarini birlashtirishdan hosil bo'lgan $(n-1)$ burchakning og'irlik markazi bilan tutashtiruvchi kesma* sifatida aniqlaymiz.

Endi $A_1A_2...A_n$ ko'pburchakning medianalari bitta nuqtada kesishib, kesishgan nuqtasida uchidan boshlab hisoblaganda $(n-1):1$ nisbatda bo'linishini ko'rsatamiz.



3-chizma. Qavariq n burchakda medianalar va og'irlik markazi

Haqiqatan ham, agar Q nuqta $(n-2)$ burchakli $A_1A_2...A_{n-2}$ ko'pburchakning o'g'irlik markazi bo'lsa u holda A_nQ va $A_{n-1}Q$ kesmalar mos ravishda $(n-1)$ burchakli $A_1A_2...A_{n-1}$ va $A_1A_2...A_{n-2}A_n$ ko'pburchaklarning medianalari bo'ladi. Agar G_n va G_{n-1} lar bu $(n-1)$ – burchaklarning og'irlik markazlari bo'lsa u holda yuqoridagidek mulohaza yuritadigan bo'lsak:

$$\frac{QA_{n-1}}{QG_n} = \frac{QA_n}{QG_{n-1}} = \frac{n-1}{1}.$$

Bundan
$$\frac{A_nA_{n-1}}{G_nG_{n-1}} = \frac{n-1}{1}.$$

$A_1A_2...A_n$ n burchakning A_nG_n va $A_{n-1}G_{n-1}$ medianalarining kesishgan nuqtasini G orqali belgilasak $\triangle GG_nG_{n-1}$ va $\triangle GA_nA_{n-1}$ uchburchaklarning oxshashligidan quyidagi tengliklarga ega bo'lamiz

$$\frac{A_nG}{GG_{n-1}} = \frac{A_{n-1}G}{GG_n} = \frac{A_nA_{n-1}}{G_nG_{n-1}} = \frac{n-1}{1}$$

Shunday qilib ixtiyoriy ikkita qo'shni uchining medianalari kesishgan nuqtasida uchidan boshlab hisoblaganda $(n-1):1$ nisbatda bo'linadi. Demak n burchakning barcha medianalari bitta nuqtada kesishib kesishgan nuqtasida uchidan boshlab hisoblaganda $(n-1):1$ bo'linadi.

Demak quyidagi tasdiq o'rinli bo'ladi: $A_1A_2...A_n$ n burchakda $A_2A_3...A_n$ $(n-1)$ – burchakning og'irlik markazini G_1 , $A_1A_3...A_n$ $(n-1)$ – burchakning og'irlik markazini G_2 va h.k., $A_1A_2...A_{n-1}$ $(n-1)$ – burchakning og'irlik markazini G_n orqali belgilasak u holda $G_1G_2...G_n$ ko'pburchak $A_1A_2...A_n$ ko'oburchakka o'xshash bo'ladi.

Endi n burchakning k -tartibli medianasi tushunchasini kiritamiz: *n burchakning k -tartibli medianasi deb n burchakning ixtiyoriy k ta uchlaridan hosil bo'lgan k burchakli ko'pburchakning og'irlik markazini qolgan $(n-k)$ ta uchlaridan hosil bo'ladigan $(n-k)$ burchakning og'irlik markazi bilan tutashtiruvchi kesmaga aytiladi.*

Bundan k -tartibli mediana o'z navbatida $(n-k)$ -tartibli mediana ham bo'lishi kelib chiqadi. k -tartibli medianalar ham yuqorida biz ko'rib chiqqan 1-tartibli medianalar kabi hossalarga ega. Ya'ni *n burchakning k – tartibli medianalari bir nuqtada kesishadi va kesishish nuqtasida $(n-k):k$ nisbatda bo'linadi.*

O'quvchilat tomonidan doimiy ravishda geometrik masalalar yechib borish nazariyani ongli va puxta o'zlashtirishga yordam beradi, uning amaliy qiymatini ko'rsatadi, shu bilan birga masala yechish o'quvchining mantiqiy tafakkurini, ijodiy tashabbuskorliklarini, fazoviy tasavvurlarini rivojlantirishda hamda ularga bir qancha zarur amaliy mahorat va malakalar beradi. Jumladan biz ko'pburchaklar medianalari uchun ko'rib chiqqan ajoyib hossalardan ham o'quvchilarda uchburchak va ko'pburchaklarga oid nostandart masalalarni hal qilishda samarali foydalanishlari mumkin.

Adabiyotlar:

1. Понарин Я. П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости. –М.: МЦНМО, 2004.– 312 с.: ил.
2. А.А.Заславский, В.Ю.Протасов, Д.И.Шарыгин Геометрические олимпиады им.И.Ф.Шарыгина, Москва, Издательство МЦНМО, 2007 г.
3. В. Вавилов, П. Красников. Бимедианы четырехугольника. Математика. 2006



ILG'OR TAJRIBA VA O'QITISH METODIKASI

**TIMURBEKLAR MAKTABI TA'LIM TARBIYA JARAYONI
SIFATINI AVTOMATLASHTIRISHNI SHAKLLANTIRISH
METODIKASI**

*A.E.Bekturdiev, Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU
Nukus filiali "Axborot xavfsizligi" kafedra assistenti
Abdilamitov Abdulaziz Abdinasir o'g'li, Muhammad al-Xorazmiy
nomidagi TATU Nukus filiali "Kiber xavfsizlik ingineri"* talabasi
*Jalgasbaeva Gulnar Jaksibay qizi, Muhammad al-Xorazmiy
nomidagi TATU Nukus filiali "Axborot xavfsizligi" talabasi*

Ushbu maqolada ta'lim tarbiya jarayoni sifatini avtomatlashtirishni shakllantirish metodikasiga ta'sir qiluvchi bir qator masalalar ko'rib chiqiladi va mavzuning asosiy tushunchalariga ta'riflar beriladi. Shu bilan birga o'rta ta'lim maktabida ta'lim tarbiyani avtomatlashtirishni shakllantirishning asosiy bosqichlari ko'rib chiqish va umumiy ta'lim maktablarining ta'lim tarbiyani avtomatlashtirishni shakllantirish tizimining ahamiyati aniqlanadi.

Kalit so'zlar: ta'lim-tarbiya, ta'lim sifatini boshqarish, monitoring, boshqaruv qulayligi, ta'lim jarayonini avtomatlashtirish.

В данной статье рассмотрен ряд вопросов, затрагивающих методологию формирования автоматизации качества образовательного процесса, и даны определения основных понятий предмета. При этом рассмотрены основные этапы формирования автоматизации образования и обучения в общеобразовательной школе и определено значение системы формирования автоматизации образования и обучения общеобразовательных школ.

Ключевые слова: образование, управление качеством образования, мониторинг, простота управления, автоматизация образовательного процесса



In this article, a number of issues affecting the methodology of forming the automation of the quality of the educational process are considered and definitions of the main concepts of the subject are given. At the same time, the main stages of the formation of automation of education and training in the secondary school are reviewed and the importance of the system of formation of automation of education and training of general education schools is determined.

Key words: *education, education quality management, monitoring, ease of management, automation of the educational process.*

Jahonning barcha o'rta ta'lim maktablarida ta'lim tarbiya jarayoni sifatini avtomatlashtirishni shakllantirish, insonning minimal ishtiroki bilan takrorlanadigan vazifalarni bajarish uchun texnologiyadan foydalanishni shakllantirish, ta'limda bu boshqaruv vazifalarni avtomatlashtirishdan tortib o'rganish tajribasini shaxsiylashtirish dolzarb hisoblanadi. Bugungi kunda avtomatlashtirilgan yechimlar zarur bo'lib, ta'lim sohasida odatda qo'lda bajariladigan takrorlanadigan va vazifalarni kamaytirishga yordam berishi mumkin, natijada har bir boshqaruv jarayonida stressni kamaytirish, muvofiqlikni yaxshilash va inson xatolarini kamaytiradi[1].

Ta'limdagi avtomatlashtirish, maktablarda boshqaruv qulayligi va optimallashtirilgan ish jarayonlarini taqdim etish, to'g'ri avtomatlashtirish xizmatlari bilan ta'lim rahbarlari qo'lda ishlash jarayonlarini qisqartirishi va o'z sa'y-harakatlarini o'quvchilarga yuqori sifatli ta'lim berishga qaratadi[2]. Avtomatlashtirilgan tizimlar, texnologiyalar, dasturiy ta'minot va vositalar tashkilotning ish jarayonlarini avtomatlashtirishning ba'zi usullaridir. Ta'limni avtomatlashtirish, boshqaruvlarga o'quvchilar bilimini yaxshilash va yaxshi natijalarga erishish imkonini beradi.

Ta'lim tarbiya sifatini avtomatlashtirish, o'qituvchilar, o'quvchilar, ota-onalar o'rtasida samarali muloqot qilish va vositalarni taqdim etish



orqali buni osonlashtirishi mumkin. Masalan, avtomatlashtirilgan tizimlar, shuningdek, sinf e'lonlari, uy vazifalari haqida eslatmalarini yuborishadi[3]. Bundan tashqari, topshiriqlar ustida birgalikda ishlash imkonini beradigan, quyidagi to'rtta misollar orqali ta'lim tarbiya jarayoni sifatini avtomatlashtirish va boshqarish vositalarini ko'rishimiz mumkin.

Maktabni avtomatlashtirish – avtomatlashtirishning joriy etilishi, boshqaruv jarayonlarning tubdan o'zgarishi va maktablarda operatsion samaradorlikning oshishi bilan ta'lim sezilarli o'zgarishlarga olib keladi.

Boshqaruv jarayonlarni avtomatlashtirish vositasi - xodimlarni rejalashtirish, jarayonni soddalashtirish va resurslarni optimal taqsimlashni ta'minlash uchun avtomatlashtirish vositalaridan foydalanadi. Avtomatlashtirish yordamida boshqaruv guruhlar xodimlarning mavjudligi, malakasi va ish yukini taqsimlash kabi omillarni hisobga oladigan jadvallarni yaratishini hisobga olgan holda, avtomatlashtirish vositalari turli manbalardan ma'lumotlarni to'playdi. Tahlil qilish va vizualizatsiya qilish, o'quvchilar natijalari va resurslarni taqsimlash haqida amaliy tushunchalarni taqdim etadi[4].

– *Ota-onalar bilan muloqot* – ota-onalar bilan samarali muloqot, o'quvchilarning muvaffaqiyati uchun juda muhimdir. Avtomatlashtirish elektron pochta, SMS yoki mobil ilovalar orqali, ota-onalarga shaxsiylashtirilgan xabarlar, voqea eslatmalari va taraqqiyot yangilanishlarini yetkazib berish orqali, aloqa jarayonlarini soddalashtiradi. Integratsiyalashgan aloqa platformalari ota-onalar va maktab hamkorligini rivojlantirish, o'quvchilarni qo'llab-quvvatlashni kuchaytiradi.

– *Inson resurslarini boshqarish* – avtomatlashtirish vositalari ishga joylashtirish, ishga qabul qilish, ish faoliyatini baholash va kasbiy rivojlanish kabi vazifalarni avtomatlashtirish jarayonlarini soddalashtirish, o'quvchi ma'lumotlarini elektron tarzda to'plashi va ro'yxatga olish jarayonlarini avtomatlashtiradi.

O'rta ta'lim maktablari o'z o'quvchilari va o'qituvchilari haqida katta hajmdagi ma'lumotlarni to'playdi. Biroq bu ma'lumotlarni qo'lda tahlil qilish qiyin va vaqt talab qiladi. Avtomatlashtirish jarayonini soddalashtiradigan ma'lumotlarni yig'ish, tahlil qilish va vizualizatsiya qilish uchun vositalarni taqdim etadi. Ushbu vositalardan foydalanish orqali, o'qituvchilar, o'quvchilarning taraqqiyotini kuzatishlari va o'quv dasturlarini ishlab chiqish, resurslarni taqsimlash va umumiy ta'lim strategiyasi haqida asosli qarorlar qabul qilishlari mumkin[5].

O'quv va boshqaruv vazifalarni avtomatlashtirish, soddalashtirish va avtomatlashtirishdan foydalanishning ba'zi potensial usullarini qo'llab ko'rsak, boshqaruv qanchalik tez, sodda va oson bajarilishini ko'rishimiz mumkin[6].

– Ro'yxatdan o'tish va qabul qilish (o'quvchilarni qabul qilish, ro'yxatga olish turli hujjatlar va arizalarni o'z ichiga oladi va har bir arizani qo'lda ko'rib chiqish, o'quvchilarni qisqa ro'yxatga qo'shish o'rniga ish jarayonini avtomatlashtirish, xodimlarning ish yukini yengillashtiradi);

– O'quvchilarni baholash (o'qituvchilaringiz baholarni avtomatlashtirish imkoniga ega bo'lsalar, qimmatli vazifalarga qancha vaqt sarflashi, hatto o'qituvchining yordamchisi yordamida ham topshiriqlarni qo'lda baholash qiyin, uy vazifalari, viktorinalar, testlar va hujjatlarni baholashni soddalashtirish uchun avtomatlashtirishni amalga oshirishingiz mumkin);

– O'qituvchilarni ishga qabul qilish va baholash (xodimlarni ishga tushirishni avtomatlashtirish keng tarqalgan bo'lib, avtomatlashtirish, o'qituvchilarni yollashni kuchaytirishi va o'rta ta'lim maktablariga samarali, ijobiy ishga qabul qilish jarayonini yaratishga yordam berishi mumkin);

Ta'limda avtomatlashtirishning asosiy afzalliklari

Endi siz ta'limda avtomatlashtirishdan foydalanish usullarini tasavvur qilishingiz mumkin, endi ish oqimlaringizni yaxshilashning afzalliklarini o'rganish vaqti keldi va quyidagicha[7]:

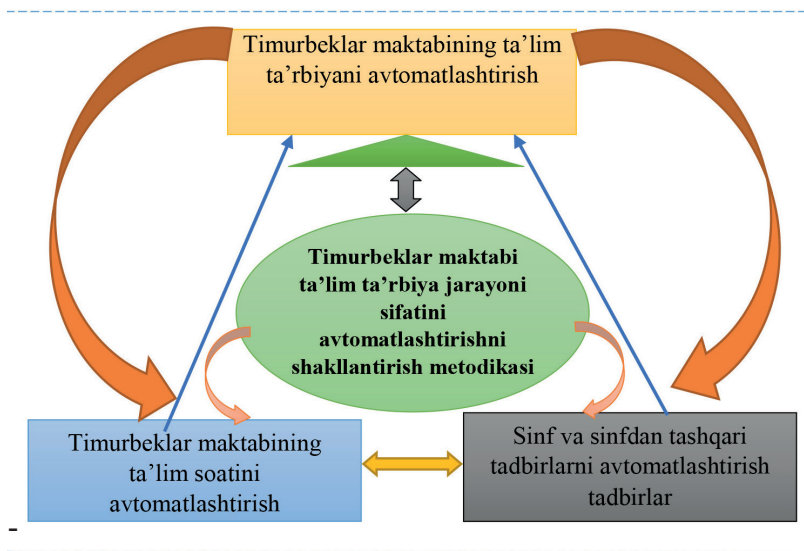


– xatolarni kamaytirish (har kuni bir xil takrorlanadigan va bir tekis vazifalarni bajarish, xodimlarning o'z ishlari bilan kamroq shug'ullanishiga olib kelishi mumkin, avtomatlashtirish yuqori sifatli ishlarni qo'llab-quvvatlab, ushbu vazifalarni xatosiz izchil bajaradi);

– eng zo'r iste'dodlarni jalb qilish va egallash (fidoyi o'qituvchilarni jalb qilish va ularni saqlab qolish o'quvchilarning faolligini va institutsional faoliyatini yaxshilash uchun juda muhim, ish jarayonini avtomatlashtirish o'qituvchilar va xodimlarni jalb qilishga sezilarli hissa qo'shishi mumkin);

– oquvchilar va xodimlar tajribasini oshirish (ish jarayonini avtomatlashtirishning umumiy afzalliklari va qo'llanilishi bilan siz ijobiy ta'sirning to'liqlikni effektini yaratishingiz, o'quvchilar dasturlarga samaraliroq murojaat qilishlari va ro'yxatdan o'tishlari va o'qituvchilardan tezroq fikr-mulohaza qilishingiz mumkin bo'ladi).

Ta'lim tarbiya jarayoni sifatini avtomatlashtirishni shakllantirish metodikasi (1-rasm).



- Ta'lim tarbiyani avtomatlashtirish (ta'lim jarayonini avtomatlashtirish maktablari o'zlarining boshqaruv jarayonlarini soddalashtirish uchun foydalanadigan kuchli raqamlashtirishni anglatadi);

- Timurbeklar maktabining ta'lim soatini avtomatlashtirish (texnologiyaning yangi yutuqlari tufayli, qo'lda jadval tizimidagi barcha to'siqlarni maktab boshqaruvi dasturiy ta'minotidagi vaqt jadvalini boshqarish modullari bilan hal qilish mumkin. Bu maktablari uchun samarali vaqt jadvalini yaratishni ta'minlaydi. Maktab jadvalini avtomatlashtirish qo'lda versiyasiga qaraganda maktablari uchun qulay bo'ladi);

- Sinf va sinfdan tashqari tadbirlarni avtomatlashtirish tadbirlari (sizga sinf va sinfdan tashqari vaqtingizni tejaydigan, ishtirokchilaringiz uchun yaxshi tadbirlari tashkil etadigan va oxir-oqibatda ta'lim olish darajasini oshiradi).

Faoliyatlarni jalb qilish odatiy tadbirlari bilan cheklanmaydi sababi maktablari maxsus imtihonlar kabi bir martalik murakkab vaziyatlarni boshqarish, ularni maktab jadvaliga muammosiz integratsiyalash va ota-onalarga ochiq ma'lumot berish uchun tizimdan foydalanadi va quyidagi ekkita misolni keltirib o'tamiz:

- Kengaytirilgan ota-onalar ishtiroki (tadbirdi rejalashtirish dasturi real vaqt rejimida yangilanishlari, multimedia almashish va tadbirlarni soddalashtirilgan boshqarishni taklif qiluvchi intuitiv platformalar orqali ota-onalar bilan muloqot va ishtirokni qanday yaxshilashini o'rganishi mumkin, bu esa ota-onalarning maktab funktsiyalarida ishtirokini sezilarli darajada oshiradi);

- Talab bo'yicha kontent mavjudligi (yozuvlari, hujjatlar va taqdimotlar kabi tadbir mazmuniga talab bo'yicha kirishning qiymatini tan olishi, bu ishtirokchilarga ma'lumotni o'zlariga qulay vaqtda qayta ko'rib chiqish imkonini beradi va ta'limning davomiy rivojlanishini qo'llab-quvvatlaydi).



Maktabni avtomatlashtirish o'rta ta'lim maktablariga katta yordam beradi va avtomatlashtirish ushbu turdagi texnologiya qanday qilib byurokratik faoliyatga yordam berishi, qo'l mehnatini kamaytirish va o'quvchilar bilan munosabatlarni yaxshilash haqida ko'proq bilib olishi mumkin.

Xulosa qilib aytganda, Timurbeklar maktabi ta'lim tarbiya jarayoni sifatini avtomatlashtirishni shakllantirish metodikasi maqolasida asosiy tushunchalar ko'rib chiqilib, turli vazifalarni avtomatlashtirish innovatsiya va qulaylik muhitini yaratadi. Masalan, avtomatlashtirilgan tizimlar, shuningdek, sinf e'lonlari, uy vazifalari haqida eslatmalar va taraqqiyot hisobotlarini yuborishadi. Bundan tashqari, onlayn hamkorlik vositalari o'quvchilarga, hatto jismonan birga bo'lmasa ham, loyihalar va topshiriqlar ustida birgalikda ishlash imkonini beradi. Shu ma'noda boshqaruv jarayonida stressni kamaytirish, muvofiqlikni yaxshilash va inson xatolarini kamaytirish mumkinligini biladi. Shuning uchun, avtomatlashtirilgan maktab o'z o'qituvchilari va xodimlarining ehtiyojlarini qondirish uchun katta imkoniyatlarga ega bo'ladi. Bundan tashqari, onlayn hamkorlik vositalari o'quvchilarga topshiriqlar ustida birgalikda ishlash imkonini beradi. Integratsiyalashgan aloqa platformalari ota-onalar va boshqaruv guruhlarini o'rtasida uzluksiz ikki tomonlama aloqani osonlashtiradi. Boshqaruv funktsiyangizdagi ish jarayonini avtomatlashtirish, shuningdek, potentsial qimmat va vaqt talab qiladigan muammolarga olib kelishi mumkin bo'lgan inson xatolarini minimallashtirishiga yordam beradi. Ish jarayonini avtomatlashtirish, shuningdek, boshqaruvlarga ma'lumotlarga asoslangan qarorlar qabul qilish va samarali boshqarish imkonini beradi. Sinf va sinfdan tashqari vaqtingizni tejaydigan, ishtirokchilaringiz uchun yaxshi tadbirlar tashkil etadigan va oxir-oqibatda ta'lim olish darajasini oshiradi. Avtomatlashtirish ma'lumotlarni elektron tarzda olish, tasdiqlashni avtomatlashtirish va hisobotlarni yaratish orqali ushbu jarayonlarni soddalashtirish mumkin. Bu nafaqat vaqtni tejaydi, balki xatolar xavfini ham kamaytiradi.



Adabiyotlar:

1. К.К.Сеитназаров, Б.К.Туремуратова. Разница Между Глубоким И Машинным Обучением // Periodica Journal of Modern Philosophy, Social, 2022
2. К.К.Сеитназаров, Б.К.Туремуратова. Применение технологии искусственного интеллекта в системе дистанционного образования// Новости образования: исследование в XXI веке, 2022.
3. К.К.Сеитназаров, Н.С.Мухиятдинов, М.М.Урынбаева. Искусственный интеллект и его применение во время урока информатики// O'zbekistonda fanlararo innovatsiyalar va ilmiy tadqiqotlar jurnali. Tashkent 2023. c.1426-1429.
4. K.K.Seitnazarov., B.K.Turemuratova., A.K.Aytanov. Stages and Methods of Data Collection for Developing an Artificial Intelligence Model for Recognizing Letters of the Karakalpak Sign Language //2024 IEEE 25th International Conference of Young Professionals in Electron Devices and Materials (EDM). – IEEE, 2024. – C. 2530-2534.
5. K.K. Seytnazarov. Informatika fanini oqitishda samarali metodlarni tanlab olish va qarorlar qabul qilish dasturiy taminotini qayta ishlab chiqish// Fizika, matematika va informatika ilmiy-uslubiy jurnal Toshkent. C.88-98.
6. Murphy, P.Kevin. Machine learning: a probabilistic perspective. MIT press, 2012.
7. <https://salientprocess.com/blog/benefits-and-examples-of-automation-in-education/>



ZAMONAVIY MOBIL TEXNOLOGIYANING RIVOJLANISH ISTIQBOLI

D.R. Atamuradova, TDPU o'qituvchisi

Maqolada zamonaviy mobil texnologiyaning yaratilish tarixi, mobil texnologiyalarning ta'lim tizimidagi o'rni hamda olimlarning ilmiy tadqiqot ishlari borasida so'z boradi.

Kalit so'zlar: Mobil ta'lim, mobil ilova, mobil texnologiya

В статье рассказывается о истории создания современных мобильных технологий, роли мобильных технологий в системе образования, а также о научных исследованиях учёных

Ключевые слова: мобильное обучение, мобильное приложение, мобильные технологии

The article discusses the history of the creation of modern mobile technologies, the role of mobile technologies in the education system, and the scientific research conducted by scholars

Keywords: mobile learning, mobile application, mobile technology

Bugungi kunda talabalar zamonaviy pedagogik va axborot-kommunikasiya texnologiyalari davrida o'quv mashg'ulotlari jarayonini zamonaviy pedagogik texnologiyalari yordamida bilim olishlari, o'z-o'zini tarbiyalashlari va o'zining mutaxassislik darajasini muntazzam oshirib borishlari uchun mustaqil ta'lim texnologiyalardan foydalanishlari zarur. Mustaqil ta'lim samaradorligi ta'lim oluvchilarning mustaqil bilim egallash davrida egallagan bilim ko'nikma va malakalarini hayotda tadbiq eta olishlarida, amaliyotda qo'llay bilishlarida namayon bo'ladi. Oliy ta'lim jarayonida ilg'or pedagogik texnologiyalar majmuyidan foydalanish talabalarning bilim o'zlashtirishida yuqori natijalarga olib keladi.



Bunda hozirgi zamonaviy texnologiyalar davrida ta'lim tizimida axborot – kommunikatsiya texnologiyalarining tez suratlarda rivojlanishi ta'lim jarayonlarida yangidan yangi yondashuvlar shakllana boshladi. Hozirda ta'lim sifati samaradorligini oshirishning zamonaviy pedagogik texnologiyalari: internet texnologiyalari, mobil texnologiyalar, mobil ilovalar, axborot kommunikatsiya texnologiyalari kabilardan foydalanish talabaning mustaqil o'zlashtirish jarayonlariga asosiy vosita bo'lib xizmat qiladi [1]

Xususan, mobil texnologiyalar va ilovalarning ta'lim tizimiga integratsiyasi mustaqil ta'limni yangi shakllarini shakllantirish va rivojlantirishda katta ahamiyat kasb etmoqda. Oliy ta'lim muassasalarida mobil ta'lim orqali o'quv mashg'ulotlarini o'tkazish va mustaqil ta'limni tashkil etish bugungi kundagi dolzarb masalalardan biri hisoblanadi. [1]

Bugungi kunda O'zbekistonda ta'lim sifatini oshirish, talabalar mustaqil ta'limini shakllantirish hamda innovatsion ta'lim texnologiyalari, mobil – raqamli texnologiyalarni rivojlantirish masalasida ko'plab amaliy ishlar qilinmoqda. Xususan, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 5 oktabrdagi PF-6079-sonli Raqamli O'zbekiston - 2030 strategiyasini tasdiqlash va uni samarali amalga oshirish chora-tadbirlari to'g'risidagi Farmoni, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 6 oktyardagi PQ-4851-sonli "Axborot texnologiyalari sohasida ta'lim tizimini yanada takomillashtirish, ilmiy tadqiqotlarni rivojlantirish va ularni IT-industriya bilan integratsiya qilish chora-tadbirlari to'g'risida"gi Qarori, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7 maydagi "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora tadbirlari to'g'risida"gi PQ-4708 sonli qarori ta'lim sifatini samarali tashkil etishni, innovatsion ta'lim texnologiyalarni rivojlantirish, talabalar mustaqil ta'limini rivojlantirish bilan bog'liq faoliyat turlari yuzasidan bir qancha qarorlar qabul qilindi.[1] Yuqoridagi me'yoriy hujjarlar yuzasidan mamlakatimizning oliy ta'lim



muassasalarida mobil ta'lim texnologiyalarini ta'lim jarayonlariga tadbiq etishning yangi usul hamda innovatsion texnologiyalari yordamida tashkillashtirish, mobil ta'lim platformalarini yaratish hamda ularni ta'lim jarayonlariga tadbiq etishga yo'naltirilgan ilmiy tadbirlar, ilmiy tadqiqotlar olib borilmoqda.[3]

Keyingi yillarda mobil qurilmalar ayniqsa mobil texnologiyalarining faolligini kundalik hayotimizdan anglashimiz mumkin. Mobil texnologiyalarni har qanday sohaga ta'lim, siyosat, iqtisodiyot, meditsina va ha kazo sohalarda chuqur kirib borganini ko'rishimiz mumkin. [2]

Ma'lumki, XX asrning 30-yillaridan boshlab ta'limning sirtqi shakli mavjud bo'lib, xorijiy mamlakatlarning ta'lim tajribasiga ko'ra, ta'lim tizimiga masofaviy o'qitish usullari radio ma'ruzalar (1932), radio kurslari (1943) hamda televizion darslar (1960-1970) yordamida kiritilgan. O'zbekistonda 1970-yildan boshlab matematika, fizika, biologiya va boshqa fanlar bo'yicha maxsus darslar, shuningdek, shaxmat bo'yicha sport darslari namoyish etila boshlandi. Ta'lim samaradorligini oshirish maqsadida Alan C Kay o'tgan asrning 70-yillarida kompyuterni kitob hajmiga olib kelish g'oyasini ilgari surdi. 1990-yillardan boshlab cho'ntak kompyuterlarining yaratilishi talabalar uchun mobil ta'limning tashkil etilishi va rivojlanishiga olib keldi.[5] Bunday ta'lim muhiti uchun dastlabki ta'limiy ilovalar yaratilishiga sabab bo'ldi.[3]

Yevropada tashkil etilgan 2002 yildagi xalqaro konferensiyada tadqiqotchilar mobil qurilmalarni ta'lim jarayoniga qo'llash, mobil ta'lim texnologiyalarining o'rni va ahamiyati, mobil ta'lim manbalaridan foydalanishning nazariy hamda amaliy jihatlarini muhokama qilishdi. 2002-yilda Kanadada bir qancha yirik kompaniyalar, shuningdek, Seneca kolleji va Shimoliy Alberta Texnologiya instituti ishtirokida mobil ta'lim konsorsiumi tashkil etildi. Sinov tariqasida 300 talaba buxgalteriya kursini o'rganish uchun mobil aloqa orqali audio va video resurslarga kirish imkoniyatidan foydalandi



Benedek A, Kuklev V.A, Krasilnikova V.A, Eremin Yu, Rodionov M.A, Ragus M, Ally M, Sharples M, Andreev A, Jukov G.N, Goggin G, Kuvshinov S, Naismith, L, Brown H. T, Eremin Yu, Traxler J, Kelli D, Shestakova Ye V, Shishkovskaya Yu. V, Рыбалко Н.А. xalqaro hamda mahalliy ilmiy pedagogik adabiyotlarni o'rganishi negizida "mobil ta'lim" (M-Learning) tushunchasining ko'pchilik sharhlari mobil qurilmalarining texnologik xususiyatlari va didaktik imkoniyatlariga asoslanganligini ta'kidlab o'tdilar.

Mobil texnologiyalar hamda mobil ilovalar yordamida o'qitish asoslari bo'yicha V.A. Kuklevning ilmiy tadqiqot ishida mukammal darajada o'rganilgan. Hozirda tobora jadal rivojlanib borayotgan innovatsion texnologiyalari davrida Kanada, Avstraliya, Yangi Zelandiya, Buyuk Britaniya, Italiya, AQSh, Polsha, Turkiya, Janubiy Afrika, Chili, Shvetsiya, Turkiya, Kipr kabi davlatlar axborot kommunikatsiya vositalari (mobil texnologiyalari: smartfon, telefon hamda planshet) va ichki axborotlar negizidagi zamonaviy ta'lim texnologiyalari keng qo'llanilmoqda. Bulardan M. Sharples mobil qurilmalar orqli mustaqil o'rganishni ko'rib chiqqan, Brown H. T. mobil va multimedia ta'limi bo'yicha ko'plab tadqiqotlar olib bordi. Uning ishlari ko'p o'lchovli ta'lim resurslarining samaradorligi va o'rganish jarayonini optimallashtirishga qaratilgan. Olimning "Multimedia Learning" asari mobil texnologiyalar hamda "mobil ilovalarni ta'lim jarayoniga qo'llash amaliyoti haqida" so'z boradi, Marc Prensky mobil ta'lim va "raqamli ta'lim" konseptlari bilan mashhur. U raqamli texnologiyalar yordamida talabalar bilim salohiyatini qanday yaxshilash mumkinligi haqida fikr yuritadi. "Digital Natives, Digital Immigrants" maqolasi raqamli texnologiyalar asosida talabalar bilimini mustahkamlash mustaqil bilim olishlari uchun zamonaviy kommunikatsion texnologiyalardan foydalanish masalasi quyilgan". Kuvshinov S. mobil ta'lim va shaxsiylashtirilgan o'rganish jarayonlari bo'yicha tadqiqotlar olib bordi. U mobil ta'limda foydalanuvchi tajribasini



yaxshilashga qaratilgan tadqiqotlarni amalga oshirdi. Goggin Gregory mobil madaniyat, mobil texnologiyalarni ta'limda hamda kundalik hayotda qo'llanilishi bo'yicha ilmiy izlanishlar olib brogan olim. U mobil ta'limning pedagogik va texnologik jihatlarini o'rgangan. "Mobil Communications" (Mobil kommunikatsiya), "Mobile Culture" (Mobil madaniyat), "Mobile Technologies in Education" (Ta'limda mobil texnologiyalar), "Mobile Learning" (Mobil ilova) kabi mavzularda tadqiqotlar o'tkazgan. Shestakova Ye. V o'z ilmiy ishlarida mobil ilovalarni ta'limda interaktiv vosita sifatida qo'llash samaradorligini, talabalarni faollashtirish, bilimlarni mustahkamlash, ta'lim jarayonini optimallashtirishdagi rolini tahlil qilgan.[16] Uning ishlarida mobil ilovalar orqali o'qitishning yangi usullari, masalan, talabalar uchun individual yondoshuvlar, onlayn testlar va oonlayn ta'lim nazariyasi hamda metodkasi bo'yicha ilmiy taklif, tavsiyalar berilgan.[7]

Ragus M. Avstraliyaning mobil o'qish tarmog'ini tahlil qilgan, Andreev A.masofaviy ta'lim tizimida portativ shaxsiy kompyuterlardan foydalanish istiqbollari tahlil qildi, portativ shaxsiy kompyuterlarning tasnifini ishlab chiqdi, ularning didaktik xususiyatlari va funksiyalarini shakllantirdi;[4] Jukov G. mobil ta'limning asosiy tamoyili sifatida istalgan qulay joyda va qulay vaqtda ta'lim olishni ajratib ko'rsatdi; Muxina S.A elektron resurslarni ta'lim ob'ektlari shaklida ko'rib chiqqan; Traxler J. — ta'lim texnologiyalari va mobil o'qitish (mobile learning) sohasida faol ishlovchi taniqli olimlardan biridir. U asosan mobil texnologiyalar, moil ilovalar yordamida ta'limni rivojlantirish, masofaviy ta'lim tizimlarini tashkil etish hamda o'qitish jarayonlarini interaktiv tarzda boshqarish masalalariga ba'ishlangan ilmiy ishlar olib borgan. [5] Uning ishlari ta'limda mobil texnologiya qo'llashning ahamiyatini, imkoniyatlarini va mavjud cheklovlarini chuqur o'rganadi. Benedekning tadqiqot ishida mobil texnologiyalar va ular yordamida amalga oshiladigan ta'lim (mobile learning) kontsepsiyasini tahlil qiladi.



Mazkur olimlar talabalarni mobil ta'lim sohasidagi nazariy hamda amaliy qobiliyatlarini rivojlantirishda, mobil ta'lim texnologiyalari yordamida talaba mustaqil o'zlashtirish imkoniyatlari mavjudligini, mobil ta'lim samaradorligini oshirish, mustaqil o'rganish tajribalarini yaratish hamda yangi texnologiyalardan foydalanish bo'yicha ilmiy tadqiqotlar, [6] maqolalar orqali talim samaradorligini oshirishga, sifatli ta'lim jarayonlarini tashkillashtirishga o'z hissalarini qo'shganlar.

Respublikamiz olimlaridan Abdullayeva X.A, Fayzullayeva D.M, Aripov M.E, Abduqodirov A.A, Begimqulov U.Sh, G'afforova T, Muslimov N.A, G'ulomov S.S., Alimov R.X mamlakatimizdagi oliy ta'lim muassasalarida kelajakdagi mutaxassislarni tayyorlash jarayoniga axborot - kommunikatsiya texnologiyalari yordamida sifatli ta'lim jarayonlariga qo'llash amaliyotini joriy etish masalasi olimlarimizning ilmiy qarashlarida ham yoritilib berilgan.[17]

Shiddat bilan rivojlanayotgan bu makonda ilm - fan, iqtisodiyot, texnika va texnologiya hamda boshqa sohalarining taraqqiyoti zamonaviy jamiyat timsolini belgilab bermoqda.[7] Zamonaviy jamiyatning asosiy jihati uning barcha jabhalarida tarqaqiyotining ko'zga tashlanayotganligidadir.[2] Globallashuv jarayoni tezlik bilan harakatlanish, zarur axborotlarni zudlik bilan qo'lga kiritish, ularni qayta ishlash va amaliyotga samarali tadbiiq etishni taqozo etadi. Bu esa harakatlanish imkoniyatiga o'z sohasining bilimdoni bo'lgan, kasbiy malakalarni yuqori darajada egallay olgan, shuningdek, global Internet tarmog'ida mavjud ko'p hajmli axborot oqimidan zaruriy ma'lumotlarni ajrata olish, ilmiy yangiliklarni tezda o'zlashtira olish qobiliyati, boy tajriba va mahoratiga ega bo'lgan kadrlargina ega bo'ladi. Prezidentimiz Shavkat Mirziyoyev Oliy Majlisga murojatida taraqqiyotga erishish uchun raqamli bilimlar va zamonaviy axborot texnologiyalarini egallashimiz zarur va shart ekanligini ta'kidlagan edi. [8] Zamonaviy bilim va ko'nikmalarga ega, mamlakatning munosib kelajagi uchun javobgarlikni o'z zimmasiga ola biladigan barkamol,



maqsadga intiluvchan va serg'ayrat yoshlarni tarbiyalash mamlakatni barqaror va ildam rivojlantirishning eng muhim shartidir.[9]

Hozirda mobil qurilmalar yordamida mobil ilovalar hamda mobil ta'lim resurslaridan foydalanish nazariyasi va amaliyoti masalalari barcha ilmiy tadbirlarda keng muhokama qilinmoqda. [9] Jahon tendensiyalari tahlili ta'lim jarayonida turli pedagogik vazifalarni hal etish uchun mobil texnologiyalardan foydalanishning ulkan hayotiy ahamiyatga ega ekanligini namoyish etmoqda.[10] Mobil ta'lim deganda, mobil qurilmalar orqali ta'limni rejalashtirish va amalga oshirish nazarda tutiladi.

Mobil ta'lim (M-learning) tushinchasi bundan o'n besh yil avval ingliz tilidagi pedagogik ilmiy adabiyotlarda, hozirda Respublikamizda ham foydalanilmoqda. Mobil ta'lim (M-learning) mobil, portativ qurilmalardan foydalanib, talabalar mustaqil o'zlashtirishi, o'zlashtirgan bilimlarini rivojlantirish imkonini beradi. Mobil texnologiyalar orqali talabalarga nazariy hamda amaliy bilimlarni mustahkamlashga mo'ljallangan xalqaro ulkan loyihalardan asosiylarini ta'kidlab o'tishimizni lozim deb topdik: [11]

Mobil ta'lim tizimi (The Mobile Learning Network Project-MoLenet) (Buyuk Britaniya), Mobil ta'lim muhiti (Mobile Learning Environment Project-the MoLe) (AQSH), Butun hayot davomida ta'limda mobil texnologiyalar (Mobile Technologies in Lifelong Learning: best practices-MOTILL) (Yevropa ittifoqi), Mobil ta'lim konsorsiumi (M - learning Consortium) (Kanada).

Mobil ta'limga quyidagicha ta'riflar berilgan: [12]

Mobil ta'lim - bu qulay, ko'chma, mobil qurilmalar va mobil texnologiyalar yordamida doimiy tashkillashtiriladigan faoliyat turi bo'lib, o'quv fani yo'nalishida ma'lumot olish yoki yaratish, muloqot qilish orqali ta'lim jarayonini sifatli shakllantirish imkonini beradi. [14], [15]



Adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 27 apreldagi "Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi PQ-2909 qaror.
2. Fayziyeva M. Webga mo'ljallangan ma'lumotlar bazasini yaratish metodikasi // Pedagogik ta'lim. – Toshkent, 2013. – №3. – B. 51-55.
3. Ragus M. «Mobile Learning: Handheld innovations in flexible learning». Project Report. New Practices in Flexible Learning, Australian Flexible Learning Framework, 2004. (Mobil ta'lim: moslashuvchan o'rganishda qo'lda innovatsiyalar)
4. Kay A. C., Goldberg, A. (2001). Personal dynamic media. In R. Packer. J. Jordan (Eds.), Multimedia: From Wagner to virtual reality (pp. 167–178). London: W. W. Norton. Company. (Original work published 1977).
5. Sharples M. , Taylor J. , Vavoula G. «Towards a Theory of Mobile Learning» Int J Technol Des Educ 18, 319–335 (2008). DOI: <https://doi.org/10.1007/s10798-007-9028-2> (Mobil ta'lim nazariyasi sari)
6. M. Uschold. 2018. Demystifying OWL for the enterprise. Synthesis Lectures on the Semantic Web: Theory and Technology 8, 1 (2018), i–237. DOI: <https://doi.org/10.2200/S00824ED1V01Y201801WBE017>. (Korxona uchun OWL ning sirini ochish)
7. Куклев В. А. Мобильное обучение: от теории к практике // Высшее образование в России. 2010. № 7. С. 88-с
8. Brown H. T. (2005). Towards a model for M - Learning. International Journal on E-Learning, 4(3), 299–315
9. Marc By Prensky "Digital Natives, Digital Immigrants" Jurnal: "On the Horizon" MCB University Press Vol.9, №5
10. Goggin G. (2006). Cell phone culture: Mobile technology in everyday life. New York: Routledge
11. Шестакова Е.В. Мобильное обучение в образовательном протсеее: тенденции и перспективы развития // Университетский



комплекс как региональный центр образования, науки и культуры: материалы Всероссийской научно-методической конференции, Оренбург, 01–03 февраля 2017 года / Оренбургский гос. ун-т. 2017. С. 2117–2122.

12. Андреев А.А., Леднев В.А., Семкина Т.А. Электронное обучение: некоторые направления и особенности применения // Высшее образование в России. 2009. № 8. С. 88–92.

13. Жуков Г. Н., Матросов П. Г., Каплан С. Л. Основы общей и профессиональной педагогики : учеб. пособие. - М.: Гардарики, 2009. (Основы общей и профессиональной педагогики)

14. Мухина С.А., Соловьева А.А. Современные инновационные технологии обучения. – М.Н «ГЭОТАР-Медия», 2008. – 43 с.

15. Трэкслер, Дж. (июнь 2005 г.). Определение мобильного обучения. Доклад, представленный на Международной конференции IADIS по мобильному обучению 2005 г., Кавра, Мальта.

16. Begimqulov U.Sh. Pedagogik ta'limda zamonaviy axborot texnologiyalarini joriy etishning ilmiy-nazariy asoslari / Monografiya. – T.: Fan, 2007.

17. G'afforova T. va boshq. Ta'limning ilg'or texnologiyalari. – Qarshi: Nasaf 2003. – 112 b.



MAKTAB GEOMETRIYASINI O'QITISH JARAYONIDA O'QUVCHILARNING TADQIQIY KO'NIKMALARINI SHAKLLANTIRISH METODIKASI

*F.X. Saydaliyeva, Nizomiy nomidagi TDPU dotsenti
S.X. Yusupova, Nizomiy nomidagi TDPU o'qituvchisi.*

Ushbu maqola maktab geometriyasini o'qitish jarayonida o'quvchilarning tadqiqiy ko'nikmalarini shakllantirishga bag'ishlangandir. Bunda tadqiqiy ko'nikma tushunchasiga oydinlik kiritilib, geometriya fanini o'qitish jarayonida uni shakllantirish yo'llari ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: *tadqiqiy ko'nikma, metodika, geometriya, ijodiy qobiliyat, faoliyat, yondashuv.*

Данная статья посвящена формированию исследовательских навыков в процессе преподавания школьного курса геометрии. Здесь дано определения исследовательский умениям и указаны пути формирования их в процессе обучения геометрии.

Ключевые слова: *исследовательские умения, методика, геометрия, творческие способности, деятельность, подход.*

This article is devoted to the formation of research skills in the process of teaching a school geometry course. Here definitions of research skills are given and ways of developing them in the process of teaching geometry are indicated.

Key words: *research skills, methodology, geometry, creativity, activity, approach.*

Hozirgi kunda maktab ta'limining asosiy masalalardan biri bo'lib o'quvchilarning tadqiqiy ko'nikmalarini shakllantirish turadi, bu ularni ijodkorlik qobiliyatlarini rivojlantirishga tadqiqiy faoliyatga jalb etishga olib keladi. Maktab o'quvchilarini tadqiqiy faoliyatga jalb



etish ularga ijod etish imkoniyatini yaratish bilan qatorda yangilikni his etish, tushunish, o'zlashtirish, o'z fikrlarini mustaqil bayon etish, xulosalar chiqarish, qarorlar qabul qilish va imkon darajasida o'z nuqtai nazarlarini shakllantirish va kerak bo'lsa asoslashga olib keladi.

Tadqiqiy ko'nikma tushunchasini turli pedagoglar har xil talqin qiladilar. Ko'p izlanuvchilar tadqiqiy ko'nikmalarni ta'riflamay turib, tasniflashga o'tadilar. Biz quyida turli mualliflarning "tadqiqiy ko'nikma" tushunchasiga bo'lgan yondashuvlari xususida to'xtalib o'tamiz. A. I. Savenkovning ta'biriga biz "tadqiqiy ko'nikma deganda quyidagilarni tushunamiz: muammolarni ko'ra bilish, savollar bera olish, gipotezalarni ilgari surish, tushunchalarni ta'riflay olish, tasniflash, kuzatish, tajribalar o'tkaza olish, xulosalar qilish, matn bilan ishlay olish, isbotlash va o'z g'oyalarini himoya qila olish" {2} P. V. Seredenkoning fikriga ko'ra "tadqiqiy ko'nikmalar va masalalar" – bu yangi bilimlarni egallashga olib keladigan, tadqiqiy faoliyatning bo'laklari bo'lgan intellektual va empirik harakatlar natijasida amalga oshirish imkoniyati mumkin bo'lgan operatsiyalar yig'indisidir {3}

Bugunga qadar ilmiy adabiyotlarda "tadqiqiy ko'nikmalarni tasniflashga urinishlar uchraydi. Agar K. P. Kortnov va N. K. Shusherina {2} larga murojaat qilgan, u holda quyidagi "tadqiqiy ko'nikmalar" haqida fikr yuritish muhimdir; {1}

- 1) Muammoni butunligicha qamrab olish ko'nikmasi;
- 2) "Tadqiqiy masala"ni korrekt holatda qo'yish ko'nikmasi;
- 3) Qo'yilgan masalani yechish metodlarini to'g'ri baholay olish ko'nikmasi;
- 4) Qo'yilgan masalani yechimini eng maqbul yo'lini topa olish ko'nikmasi;
- 5) Tanlangan tadqiqiy metodikani amalga oshirish ko'nikmasi;
- 6) Tanlangan metodikani amaliy mashg'ulotlar yordamida aniqligini va axborotlashganligini baholash ko'nikmasi.

Endi geometriyani o'qitish jarayonida o'quvchilarda



shakllantiriladigan tadqiqiy ko'nikmalarni vazifalari xususida to'xtalib o'tamiz, ularga quyidagilar kiradi:

1) Tadqiqiy faoliyatni amalga oshirish jarayonida o'quv – biluv qiziqishlar shakllanadi hamda yangi bilimlarni egallashga xohish paydo bo'ladi;

2) O'quvchilarda quyidagi insoniy hislatlar shakllanadi, ya'ni diqqat va kuzatuvchanlik, tashabbuskorlik va qa'tiylik, mehnatsevarlik, izlanuvchanlik va yangiliklarni kashf etish qobiliyati;

3) Ongli tadqiqiy faoliyatni amalga oshirish mumkin bo'lgan faoliyat turlarini kengayishi, o'quv tadqiqiy jarayonini tashkil etish va nazorat qilish ko'nikmasi.

O'rganilayotgan o'quv materialni tahlil qilish ko'nikmasini shakllantirishga qaratilgan aqliy qobiliyatlarni rivojlantirishga yo'nalgan ko'nikmalarni hamda bor bilimlarni masala yechishga qo'llay olish ko'nikmasini shakllantirish.

Geometriya fanini o'qitish jarayonida tadqiqiy ko'nikmalarni shakllantirish uchun quyidagi yondashuvni taklif etamiz:

Birinchidan, nazariy bilimlarni berish jarayonida ilmiy izlanish metodlaridan foydalanish. Ularga quyidagilar kiradi: kuzatish, tajriba, taqqoslash, umumlashtirish, tasniflash, analiz va sintez, abstraktsiyalash, konkretlashtirish.

Ikkinchidan, geometriyada o'qitilayotgan har bir mavzuga topshiriqlar tizimini ishlab chiqish. Topshiriqlar tadqiqiy faoliyatni amalga oshirishga qaratilgan bo'limlari lozimdir.

Uchinchidan, har bir o'qitilgan mavzudan so'ng o'quvchilarga mavzuga oid masala tuzish va mavzuga oid savollar tizimini yaratish masalasi qo'yiladi.

To'rtinchidan, o'quv jarayonida geometriyadan tadqiqiy faoliyatga undovchi masalalarni kiritish tavsiya etiladi.

O'quvchilarni intellektual salohiyatini ko'tarishga geometriyadan tadqiqotchilikka yo'naltirilgan masalalarni yechishga o'rgatishning roli



kattadir. Bunday masalalar o'quv muammoni xal etish bosqichlarini birma – bir bosib o'tishga undaydi hamda o'quvchilarning tahlil qilish, taqqoslash, umumlashtirish, ratsional yechimlarini topish va turli xollarda tadqiqot qilish, mustaqil xulosa chiqarish ko'nikmalarini shakllantiradi. Shunday masalalardan bir nechtasini ko'rib o'tamiz:

1-masala. Berilgan uchburchakning barcha tomonlarini 6 birlikka uzaytirilgan, hosil bo'lgan uchburchak berilga uchburchakga o'xshash bo'ladimi?

Yechish: berilgan $\triangle ABC$, tomonlarini a, b, c ga teng bo'lgan deb olamiz, u holda hosil bo'lgan $\triangle ABC$ ning tomonlari mos ravishda $a+6=b+6=c+6$ bo'ladi. Agar $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$ ga o'xshash bo'lsa, u holda quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi kerak, ya'ni

$$\frac{a+6}{a} = \frac{b+6}{b} = \frac{c+6}{c}$$

yoki $a+6=b+6=c+6$ da o'rinli bo'ladi, bundan $a=b=c$ bo'lganda $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Ya'ni shunday xulosa qilish mumkin: faqat teng tomonli uchburchakning tomonlarini birlikka uzaytirilganda hosil bo'lgan uchburchak, berilgan uchburchakka o'xshash bo'ladi.

2-masala. Tomonlari soni diagonalari soniga teng bo'lgan ko'pburchak mavjudmi?

Yechish: Tomonlari sonini n , diagonalini esa d deb belgilash kiritamiz. Masala shartiga ko'ra $d=n$ bo'lishi kerak. Ko'pburchakning diagonalini $d = \frac{n(n-3)}{2}$ formula orqali topiladi.

Demak,

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n(n-3) = 2n \Rightarrow n^2 - 3n = 2n \Rightarrow n^2 - 5n = 0 \Rightarrow n(n-5) = 0$$

tenglamani yechadigan bo'lsak $n_1 = 0$ va $n_2 = 5$. Tomonlari soni 0 bo'lishi mumkin emas, $n=5$ ekan. Demak, tomonlarining soni diagonalarining soniga teng bo'lgan ko'pburchak beshburchak ekan.



Quyidagi masalalarni o'quvchilarga mustaqil yechishga berishimiz mumkin.

3- masala. Berilgan teng yonli $\triangle ABC$ uchburchakda, O unga tashqi chizilgan aylananing markazidir. Markazdan asosgacha masofa kattami yoki markazdan tomonlarigacha bo'lgan masofa kattami?

4-masala. To'g'ri burchakli uchburchakning tomonlari d cm uzaytirildi. Hosil bo'lgan uchburchak o'tkir burchakli bo'ladimi yoki o'tmas burchaklimi?

Biz quyida 8-sinf geometriyasini o'qitish jarayonida qo'llash mumkin bo'lgan tadqiqiy faoliyatga undovchi masalalardan bir nechtasini misol tariqasida keltiramiz.

1. To'g'ri chiziqling eng kamida uchta xossasini ayting.

2. Tomonlarining uzunligi 3, 4, 5 birlikka teng bo'lgan uchburchakning to'g'ri burchakli ekanligini qanday ko'rsatish mumkin?

3. Nima uchun ikki aylana ikkitadan ortiq nuqtadan kesisha olmaydi?

4. Nima uchun teng yonli uchburchakning ikkita tomoni o'zaro teng?

5. Nima uchun to'g'ri burchakli uchburchakda gipotenuza katetlarning har biridan katta?

6. To'g'ri to'rtburchakning xossalarini sanang.

7. Quyidagi jumlar to'g'rimi?

a) Qarama – qarshi tomonlari parallel bo'lgan ko'pburchak parallelogramm deyiladi;

b) Rombning diagonallari o'zaro teng emas;

c) Uchburchaklar o'tkir burchakli, o'tmas burchakli, to'g'ri burchakli, teng yonli, teng tomonli bo'ladi.

8. Romb va to'g'ri to'rtburchak uchun umumiy bo'lgan xossalarni ko'rsating. Ushbu xossalarni parallelogramm xossalari bilan taqqoslang
Xulosa

Geometriya fanini o'qitish jarayonida nazariy bilimlar ilmiy izlanish metodlaridan foydalangan holda berilsa, mavzularga oid topshiriqlar



tadqiqiy faoliyatni amalga oshirishga qaratilgan bo'lsa, o'quvchilarni o'tilgan mavzuga oid geometrik masalalar tuzishga o'rgatilsa maktab o'quvchilarining fanga bo'lgan qiziqishlari ortadi va ijodkorlik qobiliyatlari rivojlanadi. Kelgusida qanday kasb egallashidan qat'iy nazar yaxshi mutaxassis bo'lib yetishishga zamin yaratiladi.

Adabiyotlar:

1. К.П.Кортнов, Н.П.Шушерина. Современные методы физико – математических наук. Труды международной конференции. Сб.ст. орёл 9 – 14 октябрь 2006 г
2. А.И.Савенков. Содержание и организация исследовательского обучения школьников м сентябрь 2008 г 204 стр
3. П.В.Середенко. Развития исследовательских умений навыков младших школьников в условиях перехода к образовательным стандартам. Южно – Сахалинск. Издательство СахГУ 2014 г 208 стр



BLUM TAKSONOMIYASI ASOSIDA MATEMATIKADAN TEST TOPSHIRIQLARINI SHAKLLANTIRISH

*D.F.Hamroqulova, TDPU, 2-kurs magistranti,
D.K.Ibragimova, TDPU, “Umumiy matematika” kafedrasi
o‘qituvchisi*

Ushbu maqolada o‘quvchilarning matematika fanini o‘zlashtirish darajasini aniqlash uchun Blum taksonomiyasi asosida testlarni shakllantirish uchun tavsiyalar berildi va Blum taksonomiyasining kognitiv sohasi darajalariga doir misollar keltirildi.

Kalit so‘zlar: *Blum taksonomiyasi, bilish, tushunish, bilimlarni amalda qo‘llash, tahlil va sintez xulosa qilish-baholash, test topshiriqlari.*

В данной статье даны рекомендации по созданию тестов на основе таксономии Блума для определения уровня знаний владения математикой учащихся, а также приведены примеры на уровне когнитивной области таксономии Блума.

Ключевые слова: таксономия Блума, знание, понимание, практическое применение знаний, анализ и синтез, вывод-оценка, тестовые задания.

This article provides recommendations for creating tests based on Bloom’s taxonomy to determine the level of students’ mathematics proficiency, and also provides examples for the levels of the cognitive domain of Bloom’s taxonomy.

Key words: *Bloom’s taxonomy, knowledge, understanding, practical application of knowledge, analysis and synthesis, conclusion-evaluation, test tasks.*

O‘quvchi va talabalarning bilimi, malakasi va kompetensiyalarini rivojlantirish ta’lim samaradorligining oshishiga olib keladi. Bilim,



malaka va kompetensiyalarni tizimlashtirish nazariyalaridan birini 1956-yilda Chikago universiteti psixologi va pedagogi Benjamin Samuel Blum boshchiligidan ishlab chiqilgan[1]. B.S.Blum o'quvchilarning aqliy qobiliyatlari va bilimlarini o'zlashtirishni o'z ichiga olgan soha - kognitiv sohani baholash uchun o'z nazariyasini taklif qildi. Bu nazariya pedagogika fanida *Blum taksonomiyasi* deb nomlanadi. Blum taksonomiyasi ta'lim maqsadlarini murakkablik va o'ziga xoslik darajalariga tasniflash uchun foydalaniladigan modellar to'plamidan iborat. Blum taksonomiyasi o'quvchilarning ta'lim olishdan maqsadlari, ularni ta'limga to'g'ri yo'naltirish va maqsadga qanchalik darajada erishganligini baholashga xizmat qiladi[5].

Blum taksonomiyasining kognitiv sohasi quyidagi darajalarni o'z ichiga oladi.

Bilish (Knowledge) - dalillarga asoslangan ma'lumotlarni bilish. O'quvchilar atamalar va asosiy tushunchalarni, aniq faktlarni, usul va tartiblarni, qoida va tamoyillarni biladi (eslab qoladi va takrorlaydi)[1]. Birinchi bosqichda o'quvchilar nafaqat ma'lumotni idrok etadi, balki faoliyat ob'yekti haqida umumiy tasavvurni shakllantiradi. **Bilishga** doir topshiriqlarni tuzishda aniqlang, izohlang, ta'rif bering, tanlang, to'g'ri javobni ko'rsating, sanang, takrorlang kabi fe'l-kesimlarni tayanch so'z sifatida ishlatish maqsadga muvofiq. Masalan,

1. $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d, e, f\}$ to'plamlar berilgan bo'lsa, quyidagilarning to'g'ri yoki noto'g'ri ekanligini aniqlang.

№	To'plamlar ustida amallar	To'g'ri	Noto'g'ri
1	$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$		
2	$A \cap B = \{c, d, e\}$		
3	$A / B = \{a, f\}$		
4	$B / A = \{e, f\}$		
5	$A \Delta B = \{a, b, e, f\}$		



Javobi:

1	$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$	+	
2	$A \cap B = \{c, d, e\}$		+
3	$A / B = \{a, f\}$		+
4	$B / A = \{e, f\}$	+	
5	$A \Delta B = \{a, b, e, f\}$	+	

2. To‘plamlar ustida bajariladigan amallarni aniqlang:

1) birlashma; 2) kesishma; 3) konyunksiya; 4) implikasiya; 5) ekvivalensiya; 6) simmetrik ayirma;	7) to‘plamlar to‘ldiruvchisi; 8) dekart ko‘paytma; 9) dizyunksiya; 10) inkor 11) ekvivalensiya.
--	---

Javobi: 1,2,6,7,8.

Tushunish (Comprehension) olingan bilimni talqin qilish, ma’lumotlarni haqiqiy tamoyillardan farq qiladigan tarzda boshqa shakllarga o‘tkazish yoki tadqiq qilish[2]. Blum taksonomiyasining bu darajasida o‘quvchi tushunish, anglash bilan bog‘liq asosiy tushunchalarni (ma’lumotlarni bir shaklidan boshqasiga (masalan, og‘zaki shakldan raqamli yoki majoziy shaklga) o‘zgartira oladi, olingan ma’lumotlarni sharhlaydi, faktlar, qoidalar, tamoyillarni tushunadi) shakllantiradi. **Tushunishga** doir topshiriqlarni tuzishda takrorlang, toping, aniqlang, mulohazani to‘ldiring, taqqoslang, umumlashtiring, tushuntiring, qayta ifodalang, misol keltiring, ajratib ko‘rsating, to‘liq ifodalang kabi fe‘l-kesimlarni tayanch so‘z sifatida ishlatish maqsadga muvofiq. **Masalan,**



1. To'plamlar ustida amallarga berilgan ta'riflarni to'ldiring.

No	Ta'riflar	Amallar
1	A va B to'plamlarning barcha umumiy elementlaridan tashkil topgan to'plam ... deyiladi	To'plamlarning simmetrik ayirmasi
2	A to'plamning B to'plamga kirmagan barcha elementlaridan tuzilgan to'plam ... deyiladi	To'plamlar ayirmasi
3	A to'plamda mavjud bo'lib, B to'plamda mavjud bo'lmagan hamda B to'plamda mavjud bo'lib, A to'plamda mavjud bo'lmagan elementlardan tuzilgan to'plam... deyiladi	To'plamlar kesishmasi
4	A va B to'plamlarning kamida biriga tegishli bo'lgan barcha elementlardan tashkil topgan to'plam... deyiladi	To'plamlar birlashmasi

Javobi:

1-C	2-B	3-A	4-D
-----	-----	-----	-----

2. Quyidagi to'plamlarning qaysilari chekli, cheksiz, bo'sh to'plam ekanligini aniqlang.

No	To'plamlar	Chekli to'plam	Cheksiz to'plam	Bo'sh to'plam
1	$A = \{x x \in Z, -3 \leq x \leq 5\}$			
2	$B = \{x x \in N, -3 \leq x \leq 5\}$			
3	$C = \{x x \in N, x + 2 = 0\}$			
4	$D = \{x x \in Z, x + 3 \in N\}$			
5	$E = \left\{x \left x \in R, x + \frac{1}{2} \leq 2 \wedge x > 0 \right.\right\}$			
6	$F = \left\{x \left x \in N, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x} \leq 4 \right.\right\}$			



Javobi:

No	To'plamlar	Chekli to'plam	Cheksiz to'plam	Bo'sh to'plam
1	$A = \{x x \in Z, -3 \leq x \leq 5\}$	+		
2	$B = \{x x \in N, -3 \leq x \leq 5\}$	+		
3	$C = \{x x \in N, x + 2 = 0\}$			+
4	$D = \{x x \in Z, x + 3 \in N\}$		+	
5	$E = \left\{x \left x \in R, x + \frac{1}{2} \leq 2 \wedge x > 0 \right.\right\}$		+	
6	$F = \left\{x \left x \in N, \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x} \leq 4 \right.\right\}$	+		

Tatbiq (Application) - bilimlarni amalda qo'llash - yangi muammolarni tanish bo'lgan tamoyillar va umumlashtirishlar orqali yecha olish[2]. O'quvchilar o'z bilim va malakalarini ma'lum masalani yechishga yo'naltiradi. Qo'llash darajasi Blum taksonomiyaning "mahsuldor faoliyat" bosqichi hisoblanadi. Ya'ni bu daraja nostandart vazifalarda va yangi notanish holatlarda o'rganilgan bilimlarni qo'llay olish qobiliyatini anglatadi. **Bilimlarni amalda qo'llash** doir topshiriqlarni tuzishda tatbiq qiling, yeching, bajaring, hisobini oling, foydalaning, almashtiring, tizimlashtiring, sinflarga ajrating, tuzing, tayyorlang, aytib bering kabi fe'l-kesimlarni tayanch so'z sifatida ishlatish mumkin. **Masalan,**

1. To'plamlar ustidagi amallarni bajaring:

$$A = \{+, -, \times, \div\}, B = \{>, <\}$$



N ^o	Amallar	Natija
1	$A \cup B$	
2	$A \cap B$	
3	A / B	
4	B / A	
5	$A \Delta B$	

Javob:

N ^o	Amallar	Natija
1	$A \cup B$	$\{+, -, \times, \div, >, <\}$
2	$A \cap B$	$\{\emptyset\}$
3	A / B	$\{+, -, \times, \div\}$
4	B / A	$\{>, <\}$
5	$A \Delta B$	$\{+, -, \times, \div, >, <\}$

2. Hisoblang.

N ^o	Sharti	Savoli	Natijasi
1	$n(A) = 10$, $n(A \cup B) = 25$, $n(A \cap B) = 0$	$n(B)$ ni toping	
2	$U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ $A = \{10, 11, \dots, 40\}$	$n(A')$ ni hisoblang	
3	$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$, $A = \{1, 3, 5, \dots, 19\}$, $B = \{2, 4, \dots, 20\}$	$n(A' \cap B')$ nechaga teng	
4	$M = \{\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$, $N = \{\cup, \cap\}$	$n(M \cup N)$ ni toping	



Javobi:

№	Sharti	Savoli	Natijasi
1	$n(A) = 10, n(A \cup B) = 25, n(A \cap B) = 0$	$n(B)$ ni toping	15
2	$U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}, A = \{10, 11, \dots, 40\}$	$n(A')$ ni hisoblang	69
3	$U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}, A = \{1, 3, 5, \dots, 19\}, B = \{2, 4, \dots, 20\}$	$n(A' \cap B')$ nechaga teng	0
4	$M = \{\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}, N = \{\cup, \cap\}$	$n(M \cup N)$ ni toping	7

Tahlil (Analysis) - bu muammoning tuzilishini tushunish uchun ma'lumotlarni asosiy elementlarga bo'lish, bo'lingan qismlarning xususiyatlarini va ular orasidagi bog'liqlikni aniqlay olish qobiliyatidir [1]. O'quvchilar bu darajada turli qismlar o'rtasidagi munosabatlarni tushunadi, tanqidiy fikrlay oladi va ma'lumotlarni tahlil qila oladi. **Sintez (Synthesis)** – o'quvchilarning muammoni tarkibiy qismlarni yangicha shaklda birlashtirish asosida yangi yechimini taklif qilish qobiliyati [2]. Blum taksonomiyasining bu darajasida o'quvchilarda ijodkorlik, yaratuvchanlik, loyihalashtirish qobiliyati shakllanadi. **Tahlil-sintez** doir topshiriqlarni tuzishda taqqoslang, mos qo'ying, ajrating, turlarga ajrating, toping, keltirib chiqaring, guruhlariga ajrating, to'plang, umumlashtiring, o'rnating kabi fe'l-kesimlarni tayanch so'z sifatida ishlatish mumkin. **Masalan,**

1. Quyida berilgan formulalarning qaysilari to'g'ri yoki noto'g'ri jihatidan guruhlariga ajrating.

№	Formulalar	To'g'ri	Noto'g'ri
1	$A \cup \emptyset = \emptyset$		
2	$A \cup U = U$		



3	$\overline{\overline{A}} = A$		
4	$A \cup B = B \cup A$		
5	$A \cup (A \cap B) = A$		
6	To'plamlar ustida konyunksiya, birlashma, ayirma, ekvivalensiya amallari bajariladi.		
7	Birorta ham elementga ega bo'lmagan to'plam bo'sh to'plam deyiladi.		
8	Elementlari soni chekli bo'lgan to'plam cheksiz to'plam deyiladi.		
9	A va B to'plamlarning simmetrik ayirmasi $(A/B) \cap (B/A)$ formula yordamida topiladi.		
10	A va B to'plamlar birlashmasining elementlari soni $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ga teng.		

3. Agar $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $U = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$ bo'lsa, $(A' \cup B')' \cap (C/B) \cup A$ to'plam quymatini hisoblash ketma-ketligini keltirib chiqaring.

$(A' \cup B')' \cap (C/B) = \emptyset$	
$C/B = \{2, 4\}$	
$(A' \cup B') = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$	
$(A' \cup B')' \cap (C/B) \cup A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$	
$(A' \cup B')' = \emptyset$	



$B' = \{2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$	
$A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$	

Javob:

$(A' \cup B')' \cap (C / B) = \emptyset$	6
$C / B = \{2, 4\}$	5
$(A' \cup B') = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$	3
$(A' \cup B')' \cap (C / B) \cup A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$	7
$(A' \cup B')' = \emptyset$	4
$B' = \{2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$	2
$A' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$	1

4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ayniyatni isbotlash uchun bajariladigan vazifalarni tartib bilan yozing.

Javobi:

1. $(A \cap B) \cap C \subseteq A \cap (B \cap C)$ shartni yozib olamiz.
2. $(A \cap B) \cap C$ to'plamga tegishli ixtiyoriy bitta x element tanlab olamiz.
3. To'plamlar kesishmasi ta'rifini esga tushirib olamiz.
4. To'plamlar kesishmasi ta'rifidan $x \in A \cap B \wedge x \in C$ ekanligini yoza olamiz.
5. Yana to'plamlar kesishmasi ta'rifiga murojaat qilib, $x \in A \wedge x \in B \wedge x \in C$ ekanini yozamiz.
6. $x \in A \wedge x \in B \wedge x \in C$ shartni $x \in A \wedge x \in B \cap C$ ko'rinishida yozamiz.
7. To'plamlar kesishmasi ta'rifiga ko'ra $x \in A \cap (B \cap C)$ kelib chiqadi.



Xulosa qilish (Evaluation) - ichki yoki tashqi mezonlar asosida holat, voqea-hodisalarga baho berish, masala yuzasidan mulohazalar yuritish, mantiqiy yoki falsafiy nuqtayi nazardan yondashish. ***Xulosa qilishga*** doir topshiriqlarni tuzishda isbotlang, xulosa chiqaring, tahlil qiling, asoslang, tekshiring, baholang, tavsiya qiling kabi fe'l-kesimlarni tayanch so'z sifatida ishlatish mumkin. ***Masalan***,

1. Quyidagi tasdiqlardan kelib chiqadigan xulosalarni tekshiring.

No	Tasdiq	No	Xulosa
1	$A / B = \emptyset$	A	$A = B$
2	$A / B = B / A = \emptyset$	B	$A \cap \bar{B}$
3	A / B	C	$A \subseteq B$
4	$A \subseteq B$	D	$A / B = \emptyset$

Javobi:

1-C	2-A	3-B	4-D
-----	-----	-----	-----

2. A – barcha to'rtburchaklar to'plami; B – barcha parallelogramlar to'plami; C – barcha to'g'ri to'rtburchaklar to'plami; D – barcha romblar to'plami; E – barcha kvadratlar to'plami; F – barcha to'g'ri burchakli romblar to'plamidan iborat bo'lsa, $B \subseteq A$, $E = F$, $C \subseteq A$, $D \subseteq A$, $E \subseteq A$, $F \subseteq A$ larni tahlil qiling[2].

Ta'lim muassasalaridagi o'quvchi va talabalarning bilimi, malakasi va kompetensiyalarini tartibga solish va tizimlashtirish, ularda ta'lim olish samaradorligining oshishiga olib keladi. Blum taksonomiyasi o'quvchilarning ta'lim olishdan maqsadlari, ularni ta'limga to'g'ri yo'naltirish va maqsadga qanchalik darajada erishganligini baholashga xizmat qiladi[3]. Ushbu maqolada to'plamlar va ular ustida amallar mavzusi misolida o'quvchilarning matematikadan o'zlashtirish darajasini aniqlash uchun Blum taksonomiyasi asosida misol va masalalar shakllantirish va ularning mazmun-mohiyati tahlili haqida mulohaza yuritildi.

Adabiyotlar:

1. Bloom, B. S.; Engelhart, M. D.; Furst, E. J.; Hill, W. H.; Krathwohl, D. R. Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain. New York: David McKay Company. 1956.
2. Математика: множества и операции над ними. Соответствия. Отношения на множестве. Отображения. Комбинаторика. Математические понятия. Элементы математической логики : метод. рекомендации / [сост.: В. В. Устименко, Т. В. Титова]. – Витебск : ВГУ имени П. М. Машерова, 2014. – 50 с.
3. Krathwohl, D.R., Bloom, B.S., & Masia, B.B. Taxonomy of educational goals. Handbook II: Affective domain. New York: David McKay Co Company. 1964.



O'QUVCHILARDA FAZOVIIY TASAVVURLARINI SHAKLLANTIRISHDA GEOMETRIK MASALALARNING O'RNI

U.B Matnazarov, TDPU dotsenti, pedagogika fanlari nomzodi

*J.Y Saparboyev, Fan va texnologiyalar universiteti katta
o'qituvchisi,*

*N.U Baxromov, Aniq va ijtimoiy fanlar universiteti magistratura
talabasi*

Z. X. Xusanboyeva, Nizomiy nomidagi TDPU tayanch doktoranti

Ushbu maqolada geometrik masalalar fazoviy tasavvurni rivojlantirishda alohida o'rin tutishi bayon etilgan.

Kalit so'zlar: *geometrik masala, fazoviy tasavvur, stereometriya, muntazam piramida, qirra.*

В данной статье утверждается, что геометрические вопросы занимают особое место в развитии пространственного представления.

Ключевые слова: *геометрическая задача, пространственный представления, стереометрия, правильная пирамида, ребро.*

This article argues that geometric issues occupy a special place in the development of spatial representation.

Key words: *geometric problem, spatial representation, stereometry, regular pyramid, edge.*

O'quvchilarning fazoviy tasavvurlarini rivojlantirishga qaratilgan masalalarni va uning yechilishini tahlil qilishlariga, masalani yechishdagi har bir amalni asoslab berishga o'rgatish muhimdir. Ular yechilayotgan masalada nima berilgan, nima izlanayotganligi masalaning savolidan nima kelib chiqishini, masala savoliga javob topish qanday qo'shimcha chizmalar yordamida amalga oshirilishini

va ularni qanday tartibda bajarish kerakligini tushunib yetishlari, shuningdek, har bir tanlangan chiziq yoki tekislikni asoslay olishlari va topilgan natijalarni tushuntirib bera olishlari, berilgan masala bo'yicha zaruriy figurani chiza olishlari masalani yecha olishlari va yechimining to'g'riligini tekshira olishlari lozim. O'quvchilar figuralar xossalari o'ldirilgan bilimlarini masalalarni yechishda qo'llashni o'rganib olishlari kerak. Ular ba'zi masalalarni bir necha usul bilan yechish mumkinligini va o'zlariga tanish usullardan eng maqbulini tushunib tanlashlari borasida o'zlariga hisob bera oladigan bo'lishlariga harakat qilish lozim. Chizmalari bilan berilgan tayyor masalalarni yechish bilan bir qatorda o'quvchilarni o'qituvchining turli topshiriqlari bo'yicha masalalar tuzishga mashq qildirish foydali. O'quvchilar masalalar tuzish uchun ko'pyoqli va aylanma jismlarni atrof-borliqdan olishlari kerak. Bunday masalalarni tuzish va yechish har xil turdagi masalalarning tuzilishi va yechilishining o'ziga xos xususiyatlarini chuqur tushunish imkonini beribgina qolmay, balki, bolalarning fazoni tasavvur qila olishlarini, ularning bilim doiralarini kengaytiradi, ta'limning turmush bilan bog'lanishini mustahkamlashga imkon beradi.

Stereometriyada masalalar qanday yechiladi? Masalani yechish uchun bizga yaxshi reja kerak bo'ladi. Quyida shunday rejani keltiramiz. Bizga bu reja kelgusida ko'p masalalar yechishga yordam beradi. Masalalar yechishga asqotadi.

Masala yechish rejasi 4 bosqichda iborat.

I bosqich. Masalani tushunish

➤ Sizga nima berilgan va sizdan nimani topish yoki isbotlash so'ralayapti?

Masalani o'z tilingizda ifodalab oling.

➤ Qanday ma'lumotlar berilgan? Masalada qaysi geometrik shakl va uning qaysi elementlari haqida so'z boradi? Ular haqida nimalarni bilasiz? Masala shartidagi muhim ma'lumotlarni aniqlab oling.



➤ Masala shartiga ko'ra albatta chizma chizib oling. U sizga masalani oydinlashtiradi.

➤ Sizga yana qanday ma'lumotlar, aksioma, teorema va xossalari kerak bo'ladi? Geometrik shaklning masala shartida berilgan elementlari va topish talab qilinayotgan yoki xossasi isbotlanishi talab qilinayotgan elementlari orasidagi bog'lanishlari haqidagi barcha ma'lumotlarni eslang. Masalada qo'yilgan savolga javob berish uchun qanday ma'lumotlar kerakligini aniqlab oling.

II bosqich. Reja tuzish

➤ Oldin shunga o'xshash masalani yechganmisiz? Berilgan masalaga o'xshash yechilgan boshqa masalalarni eslab ko'ring.

➤ Qaysi aksioma yoki teorema natijasidan foydalanish mumkin? Bilingki faqat to'g'riligi isbotlangan xossalardangina foydalanishingiz mumkin!

➤ Masalani yechish uchun qanday yo'l tutamiz? Masalani yechish yo'lini tanlang va qanday amalga oshirish rejasini tuzing.

III bosqich. Masalani yechish. Tuzilgan rejaga muvofiq qadamba qadam masalani yeching. Har bir qadamni ko'rsatib boring.

➤ Rejaga ko'ra chizmada yordamchi elementlarni yasang.

IV bosqich. Tekshirish

➤ Berilgan savolga javob berdingizmi? Haqiqatdan ham masalaga qo'yilgan savolga javob yozganingizni tekshiring.

➤ Topgan yechimingiz masalani qanoatlantiradimi?

➤ Masalani boshqa yo'l bilan ham yechish mumkinmidi? Masalani siz yechgan yo'ldan yaxshiroq yo'li borligi haqida o'ylab ko'ring[1].

Stereometriyada planimetriyadagi singari geometrik figuralarining xossalari tegishli teoremlarni isbotlash yoli bilan aniqlanadi. Bunda aksiomalar bilan ifodalanuvchi asosiy geometrik figuralarning xossalari asos bo'lib xizmat qiladi. Fazoda asosiy figuralar nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikdir. Fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklar



o'zaro joylashishi haqidagi tushunchalar o'rganilayotganida asosan ularning quyidagi holatlari qaraladi: to'g'ri chiziqlar parallellik va perpendikulyarlik holati, ayqash to'g'ri chiziqlar, to'g'ri chiziq va tekislikning paralleligi va perpendikulyarligi, tekisliklarning o'zaro paralleligi va perpendikulyarligi. Bu tushunchalarning o'rganish jarayonida o'quvchilar, umuman olganda fazoda to'g'ri chiziq va tekislik vaziyatlarni tahlil qilib, ularda fazoviy tasavvurlarning rivojlanish imkoniyatlari vujudga keladi. Mazkur mavzuni o'rganishda quyidagi jihatlariga alohida e'tibor berish lozim: birinchidan, parallellik va perpendikulyarlik alomatlarining qat'iy isbotlanishi, ikkinchidan, ko'rgazmalilik asosida asoslashga e'tibor berish; uchinchidan, qo'llashga doir fazoviy masalalarni yechish. Bundan tashqari, bu mavzuning fazoviy jismlarning kesimlarni hosil qilishda, tasvirlashda ahamiyatini e'tiborga olib zarur mashqlar sistemasidan foydalanish talab etiladi. To'g'ri chiziqlarning fazodagi vaziyati bilan tekislikdagi vaziyati orasidagi farq va o'xshashliklarni ochib berish ham o'quvchilarning mazkur tushunchalarini yaxshi egallashlariga imkon beradi. Shuningdek, bu yerda hosil bo'ladigan holatlarni barchasini qarab chiqish va muhokama etish modellarga va tegishli chizmalarga tayanilib umumlashtirilgan holda olib borilishi ham foydali. O'quvchilarning fazoviy tasavvurlarini rivojlantirish uchun ayqash to'g'ri chiziqlar, uch perpendikulyar haqidagi teoremlarni ko'rgazmali tasavvur etishga doir mashqlarni tashkil etish maqsadga muvofiq.

Fazoda to'g'ri chiziq va tekisliklar o'zaro joylashishi haqidagi tushunchalar o'rganilayotganida asosan ularning quyidagi holatlari qaraladi: to'g'ri chiziqlar parallellik va perpendikulyarlik holati, ayqash to'g'ri chiziqlar, to'g'ri chiziq va tekislikning paralleligi va perpendikulyarligi, tekisliklarning o'zaro paralleligi va perpendikulyarligi. Bu tushunchalarning o'rganish jarayonida o'quvchilar, umuman olganda fazoda to'g'ri chiziq va tekislik vaziyatlarni tahlil qilib, ularda fazoviy tasavvurlarning rivojlanish



imkoniyatlari vujudga keladi. Mazkur mavzuni o'rganishda quyidagi jihatlarga alohida e'tibor berish lozim: birinchidan, parallellik va perpendikulyarlik alomatlarining qat'iy isbotlanishi, ikkinchidan, ko'rgazmalilik asosida asoslashga e'tibor berish; uchinchidan, qo'llashga doir fazoviy masalalarni yechish. Bundan tashqari, bu mavzuning fazoviy jismlarning kesimlarni hosil qilishda, tasvirlashda ahamiyatini e'tiborga olib zarur mashqlar sistemasidan foydalanish talab etiladi. To'g'ri chiziqlarning fazodagi vaziyati bilan tekislikdagi vaziyati orasidagi farq va o'xshashliklarni ochib berish ham o'quvchilarning mazkur tushunchalarini yaxshi imkon beradi. Shuningdek, bu yerda hosil bo'ladigan holatlarni barchasini qarab chiqish va muhokama etish modellarga va tegishli chizmalarga tayanilib umumlashtirilgan holda olib borilishi ham foydali. O'quvchilarning fazoviy tasavvurlarini rivojlantirish uchun ayqash to'g'ri chiziqlar, uch perpendikulyar haqidagi teoremlarni ko'rgazmali tasavvur etishga doir mashqlarni taklif etish maqsadga muvofiq.

Birinchi shartdan muntazam ko'pyoq yoqlari bir xil ismli ko'pburchaklardan iborat ekanligi kelib chiqadi.

Ikkinchisidan esa buning barcha ko'pyoqli burchaklari ham bir xil ismli bo'lishi ko'rinadi. Tarkibli masalani yechishda o'qituvchi rahbarligida ishning asosiy bosqichlarini aks ettirish muhimdir:

- 1) masalani o'qiyman;
- 2) nima noma'lum, nima ma'lumligini aytaman, agar kerak bo'lsa, rasm, chizma, sxema, jadval yordamida uning qisqa bayonini yozaman;
- 3) yechish rejasini tuzaman;
- 4) yechishni bajaraman;
- 5) javobini aytaman;
- 6) natijani tekshiraman.

Masala tuzish uchun sonli va rasmi material o'quvchilar tomonidan tevarak-atrofdan olinishi kerak. Bunday turdagi masalalarni tuzish



va yechish o'quvchilarga turli ko'rinishdagi masalalarning tuzilishi va yechish yo'llarining o'ziga xos xususiyatlarini to'liq anglatishga imkon beribgina qolmay, ularning ijobiy tasavvurlarini rivojlantirishga, dunyoqarashlarining kengayishiga, olgan bilimlarini hayot bilan bog'lashni mustahkamlashga ham xizmat qiladi.[2]

“Uchburchak” tushunchasi o'rganayotganda o'qituvchi o'quvchilarga muntazam va muntazam bo'lmagan piramidalarni ko'rsatsa va bu jismlardagi o'xshashlik va farqni aniqlashga doir amaliy ish bersa yaxshi bo'lmaydimi? I kurs o'quvchilari uchun bu ish foydali va qiziqarli bo'lar edi, chunki bu ish kichik tadqiqot ishlarida va quyidagi faktlarni aniqlashda o'lchash malakalarini tatbiq qilishga imkon berar edi:

1) Muntazam piramidada yon qirralari bir-biriga teng, piramida uchidagi yassi burchaklari ham bir-biriga teng, ya'ni yoqlari o'zaro teng bo'lgan teng yonli uchburchakdan iborat.

2) Muntazam bo'lmagan piramidada: yon qirralari turlicha bo'lishi mumkin, shuningdek, uchidagi yassi burchaklari ham turlicha bo'lishi mumkin (ba'zi elementlari teng bo'lishi ham mumkin, lekin hammasi bir vaqtda emas).

3) Muntazam piramidaning asosi burchaklari ham, tomonlari ham o'zaro teng bo'lgan ko'pburchakdan iborat.

4) Muntazam bo'lmagan piramidaning asosida ixtiyoriy ko'pburchak bo'ladi (uning teng tomonlari va teng burchaklari bo'lishi ham mumkin).

Matematik tushunchani masala yoki misollar yordamida kiritish va uning tub mohiyatini o'quvchilarga tushuntirish murakkab bo'lgan pedagogik jarayondir. Shuning uchun ham bir akademik litsey o'qituvchisi dars jarayonida ishlatiladigan masalani tanlash yoki uni tuzishda juda ham ehtiyot bo'lmog'i lozimdir. Tuzilgan masalalarni dars jarayonida qo'llash ana shu o'quvchilarning o'zlashtirish qobiliyatlarini hisobga olgan holda bo'lishi kerak. Har bir dars jarayonida ishlatiladigan masala yoki misol darsning maqsadiga mos kelishi kerak. Agar



darsda o'qituvchi o'quvchilarga biror yangi matematik tushunchani o'rgatmoqchi bo'lsa, tuziladigan masala yoki misol ana shu tushuncha mohiyatini ochib beruvchi xarakterda bo'lishi kerak.

Masala. Piramidaning asosi muntazam uchburchakdan iborat va on yoqlaridan biri asosga perpendikulyar, qolgan ikkitasi asosga α burchak ostida og'ishgan. Yon qirralari asos tekisligiga qanday og'ishgan?[3]

Berilgan: $\triangle ABC$ - muntazam uchburchak $\angle SDC = 90^\circ$ $\angle SED = \alpha$ $\angle SAB = ?$ $\angle SCD = ?$	
---	--

Yechilishi. $\triangle ABC$ muntazam bo'lgani uchun uning tomonini biror a bilan belgilaymiz. $\triangle ABM$ dan: $BM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, DE o'rta chiziq bo'lgani uchun $DE = \frac{\sqrt{3}}{4}a$ ga teng. $\triangle SDE$ dan:
 $SD = DE \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}a \cdot \operatorname{tg} \alpha$

$$\triangle SDC \text{ dan: } \operatorname{tgy} = \frac{SD}{DC}, \operatorname{tgy} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

$$\triangle SAB \text{ dan: } \operatorname{tgx} = \frac{SD}{AD}, \operatorname{tgx} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{Javob: } \frac{1}{2}tg\alpha, \frac{\sqrt{3}}{2}tg\alpha, \frac{\sqrt{3}}{2}tg\alpha.$$

Bunday turdagi masalalarning o'zi hamda yechilishi o'quvchilarning fazoviy tasavvurlarini rivojlantirishda muhim rol o'ynaydi. O'quvchilar masalalarning yechilishi qo'shimcha chizmalar yordamida amalga oshirilishi va ularni qanday tartibda bajarish kerakligini tushunib yetishi, har bir tanlangan chiziq yoki tekislikni asoslay olishlari va topilgan natijalarni tushuntirib bera olishlari, berilgan masala bo'yicha zaruriy figurani chiza olishlari va yechimining to'g'riligini tekshira olishlari lozim. Bazan, chizmalari bilan berilgan tayyor masalalarni yechish bilan bir qatorda o'quvchilarni o'qituvchining turli topshiriqlari bo'yicha masalalar tuzishga mashq qildirish foydali. Bunday masalalarning tuzilishi va yechilishining o'ziga xos xususiyatlarini chuqur tushunish o'quvchilarning fazoni tasavvur qila olishlarini, ularning bilim doiralarini kengaytirishi, olgan bilimlarining hayot bilan bog'lanishini tushunishlariga imkon beradi.

Adabiyotlar:

- 1.Saparboev J.Yu. Masalalar o'quvchilar fazoviy tasavvurlarni shakllantirish va rivojlantirish vositasi sifatida. Respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi materiallari. Nukus 2009y. Noyabr
- 2.<https://zenodo.org/records/10449308>
- 3.Tulaganov T., Normatov A. «Matematikadan masalalar yechish bo'yicha praktikum » O'qituvchi. T.,1989



YUQORI DARAJALI TENGLAMALARNI YECHISHNING BA'ZI USULLARI

*K.R, Kodirov, E.Yu, Azizov, Farg'ona davlat universiteti
dotsentlari,
M.M, Ro'zikov, Farg'ona davlat universiteti o'qituvchisi*

Ushbu maqolada umumta'lim maktablarining iqtidorli o'quvchilariga yuqori darajali tenglamalarni yechishning sodda usullariga oid misollar va ularning yechish usullari keltirib o'tilgan.

Kalit sozlar: *Keltirilgan tenglama, tanlanmalar usuli, koeffitsient, yechim, ko'paytuvchi, hadlar, guruhlash.*

В данной статье приведены примеры простых способов решения уравнений более высокого порядка для одаренных учащихся общеобразовательных школ и способы их решения.

Ключевые слова: *Приведенное уравнение, метод выборки, коэффициент, решение, множитель, члены, группировка.*

This article provides examples of simple ways to solve higher-order equations for gifted pupils of secondary schools and ways to solve them.

Keywords: *Quoted equation, sampling method, quotient, solution, multiplier, terms, grouping.*

Umumta'lim maktablarinig yuqori sinflarida matematika fani va matematika fanidan umumta'lim maktablarining o'quvchilari o'rtasida o'tkaziladigan fan olimpiadalarida, yuqori darajali tenglamalarni yechish masalalari uchrab turadi. Bunday ko'rinishdagi tenglamalarni o'quvchilar, aniq bir usul yoki formulalar orqali yechishga qodir emaslar, masalan uchinchi va to'rtinchi darajali tenglamalarni yechishni italiyalik matematik, mexanik va shifokor olim Kardano Jirolando (1501-1576yy) tomonidan, matematikada Kardanoning nomi bilan yuritiladigan kubik tenglamani yechish formulasi yaratildi. Bu formula Kardanoning



“Buyuk san’at yoki algebra qoidalari haqida”(1545y) nomli kitobida bayon etilgan. Kardano usuli maktab matematika kursining o‘quv rejasiga kiritilmagan, ya’ni bu usuldan o‘quvchilar to‘g‘ridan-to‘g‘ri foydalana olmaydilar. Vaholanki, bunday ko‘rinishdagi tenglamalar ko‘plab uchrab turibdi [1].

Ushbu maqolada yuqori darajali tenglamalarni yechishni sodda usullarini misollar orqali keltirib o‘tamiz.

1-misol. $x^6 - 5x^5 + 3x^4 + 6x^3 + 3x^2 - 5x + 1 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Berilgan tenglamani yechish uchun, $x = 0$ yechimi emasligini inobatga olib, uni har ikki tomonini x^2 ga bo‘lib yuboramiz

$$\text{va } x^3 - 5x^2 + 3x + 6 + \frac{3}{x} - \frac{5}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 0 \text{ yoki}$$

$$(x^3 + \frac{1}{x^3}) - 5(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 3(x + \frac{1}{x}) + 6 = 0 \text{ ko‘rinishga keltiramiz.}$$

So‘ngi tenglamada

$$x_{3,4} = \frac{\frac{1+\sqrt{17}}{2} \pm \sqrt{\frac{1+\sqrt{17}}{2}}}{2} = \frac{(1+\sqrt{17}) \pm \sqrt{2+2\sqrt{17}}}{4}$$

belgilashni amalga oshirsak, u holda

$$y^3 - 3y = x^3 + \frac{1}{x^3}, \quad y^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ ekanligini}$$

sezish mumkin. Natijada so‘ngi tenglama quyidagicha

$$\text{ko‘rinishga keladi: } y^3 - 3y - 5y^2 + 10 + 3y + 6 = 0$$

yoki $y^3 - 5y^2 + 16 = 0$ xosil bo‘ladi. Ushbu tenglamani

$$\text{yechish uchun uni } y^3 - 64 - 5y^2 + 80 = 0 \text{ yoki}$$



$(y^3 - 4^3) - 5(y^2 - 16) = 0$ ko'rinishga keltirib, qisqa ko'paytirish formulalarini qo'llab, uni y ga nisbatan ildizlarini topamiz:

$$(y - 4)(y^2 + 4y + 16) - 5(y - 4)(y + 4) = 0 \text{ yoki}$$

$$(y - 4)(y^2 - y - 4) = 0. \text{ Demak } y = 4, y = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

ekanliga ega bo'lamiz. Topilgan larni qiymatlarini yuqoridagi belgilashga qo'yib, uchta tenglamani xosil qilamiz:

$$x + \frac{1}{x} = 4, \quad x + \frac{1}{x} = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}, \quad x + \frac{1}{x} = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}.$$

Xosil bo'lgan tenglamalarni har birlarini yechib, ularni ildizlarini topamiz:

$$(x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 8)(x^2 + 6x + 9) = 360$$

$$x - \frac{1 + \sqrt{17}}{2}x + 1 = 0, \quad D = \left(-\frac{1 + \sqrt{17}}{2} \right)^2 - 4 = \frac{18 + 2\sqrt{17}}{4} - 4 = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$x_{3,4} = \frac{(1 + \sqrt{17}) \pm \sqrt{2 + 2\sqrt{17}}}{4}$$

$$x - \frac{1 - \sqrt{17}}{2}x + 1 = 0 \quad ; \quad \text{tenglama uchun}$$

$$D = \left(-\frac{1 - \sqrt{17}}{2} \right)^2 - 4 = \frac{18 - 2\sqrt{17}}{4} - 4 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} < 0$$

manfiy, demak haqiqiy ildizga ega emas. Demak yuqoridagi tenglamaning ildizlari $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{3}$ va $x_{3,4} = \frac{(1 + \sqrt{17}) \pm \sqrt{2 + 2\sqrt{17}}}{4}$ ko'rinishida bo'lar ekan.



2-misol. $(x+1)(x+2)(x+3)^2(x+4)(x+5) = 360$ tenglamani yeching [2].

Yechish: Berilgan tenglamani yechish uchun, birinchi va beshinchi, ikkinchi va to'rtinchi ko'paytuvchilarni ko'paytirib, uchinchi qavsni ochib chiqamiz hamda quyidagi ko'rinishdagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$(x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 8)(x^2 + 6x + 9) = 360$$

So'ngi tenglamada $x^2 + 6x = z$ ko'rinishdagi belgilash kiritib, quyidagi tenglamani xosil qilamiz:

$$(z + 5)(z + 8)(z + 9) = 360$$

ga nisbatan tenglamani yechish uchun qavslarni ketma-ket ochib, $(z^2 + 13z + 40)(z + 9) = 360$ yoki $z^3 + 22z^2 + 157z = 0$ ko'rinishdagi tenglamaga ega bo'lamiz va uni yechamiz:

$$z(z^2 + 22z + 157) = 0 \Rightarrow z = 0, \quad z^2 + 22z + 157 = 0$$

$z^2 + 22z + 157 = 0$ tenglamani diskriminanti manfiy, demak u haqiqiy ildizga ega emas. $z = 0$ qiymatini yuqoridagi $x^2 + 6x = z$ belgilashga qo'yib, misolda berilgan tenglamani ildizlarini topamiz:

$$x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x + 6) = 0 \Rightarrow x = 0, \quad x = -6$$

3-misol. $x^5 + 5x^4 - 6x^3 - 44x^2 + 8x + 96 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Dastlab berilgan tenglamani quyidagicha guruhlab olamiz:

$$(x^5 - 6x^3 + 8x) + (5x^4 - 44x^2 + 96) = 0$$

so'ngra har birini ko'paytuvchilarga ajratamiz

$$x^5 - 6x^3 + 8x = x(x^4 - 6x^2 + 8) = x(x^2 - 2)(x^2 - 4), \quad \text{va}$$

$$5x^4 - 44x^2 + 96 = (5x^2 - 24)(x^2 - 4)$$



so'ngra ularni umumlashtirib bitta tenglamaga keltiramiz va uni yechamiz: $x(x^2 - 2)(x^2 - 4) + (5x^2 - 24)(x^2 - 4) = 0$

$$(x^2 - 4)[x(x^2 - 2) + (5x^2 - 24)] = 0$$

Bundan esa, $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ yoki $x^3 + 5x^2 - 2x - 24 = 0$ ekanligiga ega bo'lamiz. Endi $x^3 + 5x^2 - 2x - 24 = 0$ tenglamani yechishga kirishamiz. Uni ham quyidagicha guruhlash yordamida yechib olamiz:

$$x^3 + 3x^2 + 2x^2 + 6x - 8x - 24 = 0 \text{ yoki}$$

$$(x^3 + 3x^2) + (2x^2 + 6x) - (8x + 24) = 0$$

$$x^2(x + 3) + 2x(x + 3) - 8(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x^2 + 2x - 8) = 0 \Rightarrow x + 3 = 0, \quad x^2 + 2x - 8 = 0$$

So'ngi tenglamalardan $x = -3$, $x = -4$, $x = 2$ yechimlarni xosil qilamiz.

4-misol. $x^3 - 3x + 1 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Berilgan tenglamani yechish uchun, uni chap tomonini $f(x) = x^3 - 3x + 1$ funksiya orqali belgilab olamiz va ushbu funksiyaning xosila yordamida monotonlik oraliqlarini hamda maksimum va minimum qiymatlarini aniqlab, $f(x) = x^3 - 3x + 1$ ko'phadni, jumladan tenglamaning ildizlarini qaysi oraliqlarda joylashgan ekanligini aniqlaymiz:

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0, \Rightarrow x^2 - 1 = 0, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x + 1) = 0, \Rightarrow x = -1, x = 1$$

Berilgan funksiyaning aniqlanish sohasi haqiqiy sonlar o'qidan iborat ekanligini inobatga olsak, funksiya $(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$ oraliqda



monoton o‘svuchi, $(-1;1)$ oraliqda esa, monoton kamayuvchi, shu bilan birga $x = -1$ nuqta uning maksimum nuqtasi bo‘lib unda funksiya musbat, lekin $x = -2$ nuqtada manfiy, demak $(-2;-1)$ oraliqda yechim bor. $x = 1$ nuqta esa, uning minimum nuqtasi va unda funksiya manfiy, lekin $x = -1$ nuqtada musbat, demak $(-1;1)$ oraliqda ham yechim mavjud. Xuddi shunday tarzda tekshirish orqali, ya’ni $x = 1$ nuqtada manfiy va $x = 2$ nuqtada musbat ekanligidan, ushbu tenglamaning uchinchi ildizini $(1;2)$ oraliqda ekanligini anqlashimiz

mumkin. Endi tenglamada $x = 2 \sin t$, $(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2})$ belgilash

kiritamiz va uni quyidagi ko‘rinishga keltiramiz:

$$(2 \sin t)^3 - 3 \cdot 2 \sin t + 1 = 0$$

Xosil bo‘lgan tenglamani har ikki tomonini -2 ga bo‘lib, $3 \sin t - 4 \sin^3 t = \sin 3t$ ekanligidan foydalanib, uni quyidagi ko‘rinishga keltiramiz va uni yechamiz:

$$-4 \sin^3 t + 3 \sin t - \frac{1}{2} = 0$$

$$\sin 3t = \frac{1}{2}, \quad (-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}), \quad (-\frac{3\pi}{2} < 3t < \frac{3\pi}{2})$$

$$\text{Demak} \left[\begin{array}{l} 3t = -\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{6} \\ 3t = \frac{\pi}{6} \\ 3t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} \end{array} \right. , \quad \left[\begin{array}{l} x = -2 \sin \frac{7\pi}{6} \\ x = 2 \sin \frac{\pi}{6} \\ x = 2 \sin \frac{5\pi}{6} \end{array} \right. .$$



5-misol. $x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 24x - 24 = 0$ tenglamani yeching [3].

Yechish: Berilgan tenglamani yuqoridagi tenglamaga o'xshab ko'paytuvchilarga ajratib yechish mumkin. Biz bu misolda ko'paytuvchilarga ajratishning tanlanmalar usulini ko'rsatib o'tamiz. Bu tenglamani bosh koeffitsienti 1 ga teng, ya'ni bu tenglama keltirilgan tenglama deb ataladi. Barcha koeffitsientlari butun sonlar. U holda tenglamaning barcha ratsional ildizlari butun bo'lib, ozod hadning bo'luvchilaridan iborat bo'ladi. Tenglamaning ozod hadi -24. Uning bo'luvchilari: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24$.

Endi bu bo'luvchilarni tenglamada sinab ko'ramiz. O'zgaruvchi x ni o'rniga 1 ni qo'yib tekshiramiz: $1^4 + 5 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 - 24 \cdot 1 - 24 \neq 0$. Demak $x = 1$ tenglamani yechimi emas. Sinovni davom ettiramiz. Endi x ning o'rniga -1 ni qo'yamiz: $(-1)^4 + 5 \cdot (-1)^3 + 4 \cdot (-1)^2 - 24 \cdot (-1) - 24 = 0$. Demak $x = -1$ tenglamani ildizi. U holda $x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 24x - 24$ ko'phad $x + 1$ ikki hadga bo'linadi.

$$\begin{array}{r}
 x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 24x - 24 \overline{) x + 1} \\
 \underline{x^4 + x^3} \\
 4x^3 + 4x^2 \\
 \underline{4x^3 + 4x^2} \\
 -24x - 24 \\
 \underline{-24x - 24} \\
 0
 \end{array}$$

Tenglamani $(x + 1)(x^3 + 4x^2 - 24) = 0$ ko'rinishga keladi. Ikkinchi qavsni

$$\begin{aligned} x^3 + 4x^2 - 24 &= (x^3 - 2^3) + (4x^2 - 16) = (\quad 2)(\quad 2) \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 4(x - 2)(x + 2) \end{aligned}$$

ko‘paytuvchilarga ajratib, tenglamani quyidagi ko‘rinishga $(x + 1)(x - 2)(x^2 + 6x + 12) = 0$ keltirib olamiz va uni ildizlarini topamiz: $x = -1, x = 2$.

6-misol. $2x^4 - 21x^3 + 74x^2 - 105x + 50 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish: Bu yerda biz tenglamani keltirilgan ko‘rinishga olib kelishning yana bir usulini ko‘rsatamiz (Bunday ko‘rinishga olib kelishdan maqsad shuki, tenglamaning ratsional ildizlari butun sonlardan iborat bo‘ladi. Bu holda ildizlarni qanday qilib topish mumkinligini ko‘rsatib o‘tdik.). Berilgan tenglamani har ikki tomonini shunday songa ko‘paytirish kerakki, x^4 oldidagi koeffitsient qandaydir sonning to‘rtinchi darajasi bo‘lib qolsin. Bizning holda x^4 ning oldida 2 soni turibdi. Demak tenglamani har ikki tomonini 8 ga ko‘paytiramiz:

$$16x^4 - 168x^3 + 592x^2 - 840x + 400 = 0.$$

Endi $2x = y$ o‘zgartirish kiritamiz:

$y^4 - 21y^3 + 148x^2 - 420x + 400 = 0$. Yuqoridagi kabi ozod hadning bo‘luvchilarini sinov qilib ko‘ramiz. y ning o‘rniga 2 ni qo‘yamiz: $16 - 21 \cdot 8 + 148 \cdot 4 - 420 \cdot 2 + 400 = 0$.

Demak

$y = 2$, $y^4 - 21y^3 + 148x^2 - 420x + 400 = 0$ tenglamaning ildizi.



$$\begin{array}{r}
 y^4 - 21y^3 + 148y^2 - 420y + 400 \big| y - 2 \\
 \underline{y^4 - 2y^3} \\
 -19y^3 + 148y^2 \\
 \underline{-19y^3 + 38y^2} \\
 110y^2 - 420y \\
 \underline{110y^2 - 220y} \\
 -200y + 400 \\
 \underline{-200y + 400} \\
 0
 \end{array}$$

Demak tenglama $(y - 2)(y^3 - 19y^2 + 110y - 200) = 0$ ko'rinishga keladi. Bu yerda ham xuddi yuqoridagi kabi ikkinchi ko'paytuvchini ildizlari sinov orqali yoki uni quyidagicha shaklda ko'paytuvchilarga ajratish mumkin:

$$\begin{aligned}
 (y^3 - 125) - 19(y^2 - 25) + 110(y - 5) &= 0 & \text{ёки} \\
 (y - 5)(y^2 - 14y + 40) &= 0
 \end{aligned}$$

Shunday qilib tenglamani $(y - 2)(y - 5)(y^2 - 14y + 40) = 0$ ko'rinishga keltirdik. So'ngi tenglamadan $y = 2$; $y = 4$; $y = 5$; $y = 10$ larni topib, $2x = y$ belgilashga qo'yamiz va tenglamning $x = 1$; $x = 2$; $x = 2,5$; $x = 5$ idizlarni topiladi.

Adabiyotlar:

1. Ш.А.Аюпов, Б.Б.Рихсиев, О.Ш.Қўчқоров. Математика олимпиадалари масалалари. 2004. “Фан” нашриёти. 48б.
2. К.Кодилов, М.Юнусалиева. Some methods for solving fourth-order equations. International Journal of Innovative Analyses and Emerging Technology. Volume: 2 Issue: 4. 127-129
3. В.Н.Литвиненко, А.Г.Моркович. Практикум по элементарной математике. М.Просвещение. 1991.



TALAB, TAKLIF VA TAHLIL

VIZUAL TAFAKKUR VA UNI SHAKLLANTIRISHDA GRAFIKKA OID MASALALARDAN FOYDALANISH

Sh. Sh.Abdiyeva, ChDPU tayanch doktoranti

Maqolada matematikani o'qitishda vizual tafakkur va uni o'quvchilarda rivojlantirish mexanizmlari ko'rsatib berilgan. Vizual tafakkurni rivojlantiruvchi vizuallashgan masalalar va ularning klassifikatsiyalari keltirilgan hamda vizuallashgan masalalardan namunalar keltirilgan.

Kalit so'zlar: vizual tafakkur, vizuallashgan masala, aylana tenglamasi, giperbola.

В статье показано визуальное мышление и механизмы его развития у учащихся при обучении математике. Приведены визуализированные задачи, развивающие визуальное мышление, и их классификации, а также приведены примеры визуализированных задач.

Ключевые слова: визуальное мышление, визуализированная задача, уравнение круга, гипербола.

The article shows the mechanisms of visual thinking in teaching mathematics and its development in students. Visualized problems that develop visual thinking and their classifications and examples of visualized problems are presented.

Keywords: visual thinking, visualized problems, circle equation, hyperbola.

Matematika darslarida asosan o'quvchilarning mantiqiy tafakkurini rivojlantirishga urg'u beriladi. Lekin mantiqiy tafakkurni rivojlantirishni o'quvchi mavzuning mohiyatini tushunganda oson amalga oshirish



mumkin. Mavzuning mohiyatini anglash uchun boshqa tafakkur turlari, xususan vizual tafakkurni rivojlantirishni talab qiladi. Vizual tafakkurni rivojlantirish esa uning rivojlanish mexanizmlarini ishlab chiqishni taqozo etadi.

Quyida vizual tafakkurga berilgan turli ta'riflarni va vizuallashtirgan masala ta'rifi qaralgan.

“Vizual tafakkur” atamasi asoschisi, amerikalik psixolog R. Arnheim fikricha “Vizual operatsiyalar ta'siridagi tafakkur” [2]. “Vizuallashtirish” atamasi lotincha visualis – ko'ruv, ko'rgazmali tarzda qabul qilinadi.

V.P.Zinchenko fikricha, vizual tafakkur - mahsuloti yangi obrazlarni yaratish, ma'lum bir axborotni o'zida mujassamlashtirgan vizual shakllarni yaratishdan iborat inson faoliyatidir [3].

Vizual tafakkur – bu mantiqiy fikrlash jarayoni bo'lib, uning yordamida tasavvur yoki hayol kabi vizual ichki tasvir (obraz)larga tayanib, intellektual muammolar yechiladi. Ushbu turdagi ijodiy tafakkur yangi qarashlarni, yangi ma'noga ega va qiymatni yaqqol namoyon etadigan vizual shakllarni yaratadi. Vizual tafakkur – bu ko'rgazmali, harakatli va obrazli tafakkur bilan boshlanadigan ob'ektlarning haqiqiy xususiyatlarini obrazli aks ettirishning davomi va tugallanishidir [6].

Vizual tafakkurning asosini ko'rgazmali-harakat va ko'rgazmali-obrazli tafakkurlar tashkil etadi [6].

Vizual tafakkur tasvirlarni yaratish va tahlil qilish orqali fikrlashni ta'minlaydi, ko'rgazmali-obrazli tafakkur esa bu tasvirlarni ongda jonlantirish va ulardan foydalanish imkonini beradi. Vizual tafakkurni tandir yasashga qiyoslasak, tandir yasash uchun kerak bo'ladigan tuproq va suvni ko'rgazmali-harakatli va ko'rgazmali-obrazli tafakkur turlariga o'xshatish mumkin. Tuproq va suvsiz tandirni hosil qilib bo'lmaganidek, vizual tafakkurning rivojlanishida ko'rgazmali-harakatli va ko'rgazmali-obrazli tafakkur turlari asos bo'lib hizmat qiladi va ularsiz vizual tafakkur mavjud bo'lmaydi.

Vizuallashgan masala deb, tasvir (obraz) masalaning shartida, javobida oshkor va oshkormas holda qatnashadigan, masala yechish metodini beradigan, masala yechishning har bir bosqichida tayanch vazifani bajaradigan, masalani yechishning muayyan bosqichida aniq yoki yashirin tarzda ishtirok etadigan masalaga aytiladi.

Vizuallashgan masalalar o'quvchilarning o'quv imkoniyatlari, aqliy faoliyatining o'ziga xos xususiyatlari to'g'risida ma'lumot olishga imkon beradi va shu bilan o'quv va shaxsiy ahamiyatga ega fazilatlarni tashxislash uchun vosita bo'lib xizmat qiladi, shuningdek matematikani o'qitishga kognitiv-vizual yondashuvni amalga oshirishning asosiy vositalaridan biridir [4].

O'z navbatida, vizual tasvir (obraz) faqat masalani yechish usulini asoslash va yechish, vizual tasvir masala sharti yoki xulosasida qatnashishi mumkin. Shunga ko'ra vizual masalalar ikki sinfga – vizual tasvir yashirin qatnashgan va vizual tasvir oshkor qatnashgan masalalarga ajraladi [5].

Yechish usulida, yoki shartida, yoki xulosasida grafik qatnashgan masalalarni grafikka oid masalalar deb aytiladi.

Qiyuda vizuallashgan masalalarning grafik tasvir yashirin mavjud turiga kiruvchi masala va bunday masalani yechishda o'quvchilarda vizual tafakkurni rivojlantirish mexanizmlari bayon qilinadi.

Masala. Markazi koordinatalar boshida va radiusi R ga teng bo'lgan $x^2 + y^2 = R^2$ aylana va $y = \frac{k}{x}$ giperbola k va R ning qanday qiymatlarida umumiy nuqtaga ega bo'ladi?

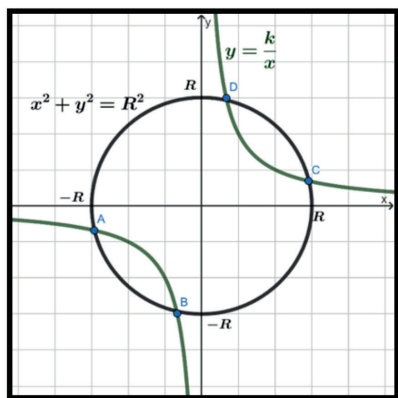
Yechish. Masalani yechish uchun markazi koordinatalar boshida va radiusi R ga teng bo'lgan $x^2 + y^2 = R^2$ aylana va $y = \frac{k}{x}$ giperbolaning koordinatalar sistemasidagi tasviri (obrazi) dan foydalaniladi. Ularning 3 xil holatda joylashuvi tasvirlanadi (1-3-rasmlar). Rasmlardan ko'rish mumkinki, aylana va giperbola:



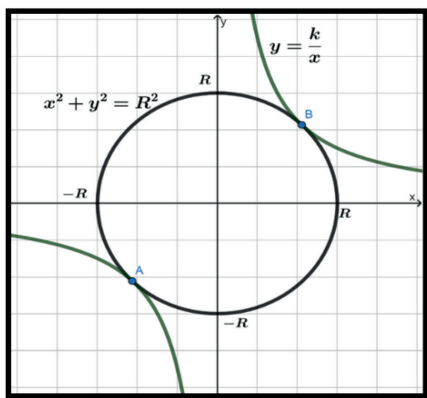
- 1) 4 ta umumiy nuqtaga ega (1-rasm);
- 2) 2 ta umumiy nuqtaga ega (2-rasm);
- 3) umumiy nuqtaga ega emas (3-rasm).

Aylana va giperbolaning o'zaro joylashishini aylana radiusi R va

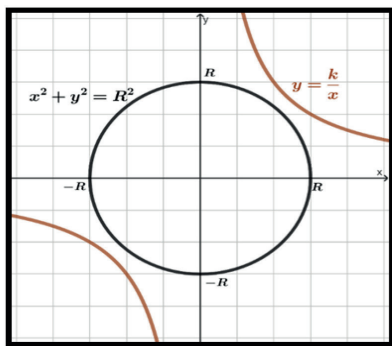
$y = \frac{k}{x}$ giperbola funksiyasining k koeffitsientiga bog'liqligi aniqlanadi.



1-rasm. Aylana va giperbola to'rtta umumiy nuqtaga ega



2-rasm. Aylana va giperbola ikkita umumiy nuqtaga ega



3-rasm. Aylana va giperbola umumiy nuqtaga ega emas

Aylana tenglamasi va $y = \frac{k}{x}$ funksiyadan iborat quyidagi tenglamalar sistemani tuziladi va yechiladi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = R^2 \\ y = \frac{k}{x} \end{cases} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{k}{x}\right)^2 = R^2 \Rightarrow x^4 - R^2 x^2 + k^2 = 0 \quad (1)$$

bikvadrat tenglamani yechish uchun $x^2 = t$ belgilash kiritiladi. U holda quyidagi kvadrat tenglama hosil bo'ladi: $t^2 - R^2 t + k^2 = 0$. Hosil bo'lgan kvadrat tenglama diskriminanti topiladi:

$$D = (R^2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k^2 = R^4 - 4k^2.$$

1) Agar $D = R^4 - 4k^2 > 0$ bo'lsa, u holda (1) bikvadrat tenglama 4 ta haqiqiy ildizga ega.

2) Agar $D = R^4 - 4k^2 = 0$ bo'lsa, u holda (1) bikvadrat tenglama 2 ta haqiqiy ildizga ega.

3) Agar $D = R^4 - 4k^2 < 0$ bo'lsa, u holda (1) bikvadrat tenglama ildizga ega emas.

Endi $R^4 - 4k^2 > 0$ tengsizlikni yechib, $k^2 < \frac{R^4}{4}$ ko'rinishga olib kelinadi. Bundan $|k| < \frac{R^2}{2}$ kelib chiqadi.

Demak, aylana va giperbola:

1) $|k| < \frac{R^2}{2}$ bo'lsa, 4 ta umumiy nuqtaga ega;

2) $|k| = \frac{R^2}{2}$ bo'lsa, 2 ta umumiy nuqtaga ega;



$$3) \quad |k| > \frac{R^2}{2} \quad \text{bo'lsa, umumiy nuqtaga ega emas.}$$

Yuqorida qaralgan vizuallashtirish masala sharti analitik va og'zaki usullarda berilgan bo'lsada, uni yechish uchun aylana va giperbola obraz (tasvir) laridan foydalanib, aylana radiusi R va giperbolaning k koeffitsiyenti orasida munosabatlarning analitik ifodasi keltirib chiqarilgan.

1) Masalani yechishda obraz sifatida markazi koordinatalar boshida va radiusi R ga teng bo'lgan $x^2 + y^2 = R^2$ aylana va $y = \frac{k}{x}$ giperbolaning koordinatalar tekisligidagi grafigidan foydalanilgan. Matematika darslarida $x^2 + y^2 = R^2$ aylana tenglamasi, $y = \frac{k}{x}$ funksiya va uning grafigini chizish o'rgatiladi va shu orqali o'quvchilarda ko'rgazmali-harakatli tafakkur rivojlantiriladi (mashqlar orqali).

2) Shundan so'ng o'quvchilarda $x^2 + y^2 = R^2$ aylana deyilganda, markazi koordinatalar boshida va radiusi R ga teng aylanani, $y = \frac{k}{x}$ giperbola deyilganda, $k > 0$ bo'lganda koordinatalar tekisligining I va III choraklaridan o'tuvchi egri chiziqni, $k < 0$ bo'lganda esa II va IV choraklardan o'tuvchi egri chiziqning tasvirini tasavvur eta oladi (ko'rgazmali-obrazli tafakkur).

3) Endi shu obrazlarni birlashtirib, quyidagi analitik usulda berilgan masalani koordinatalar tekisligida o'zaro joylashish grafigining eskizini chizamiz (vizual tafakkur).

4) Grafik asosida aylana va giperbola kesishish shartini analitik ifodasi keltirib chiqarilgan (mantiqiy tafakkur).



Obraz (tasvir) lar yordamida masalaning yechimi mantiqiy fikrlashga olib kelingan.

Yuqoridagi shartlardan foydalanib, quyidagi ko‘rinishdagi tenglamalar sistemasini tuzish va uning ildizlari sonini topish masalasini oson hal qilish mumkin [1].

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ xy = 2 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 7 \\ xy = 5 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasini yechishda analitik usulda berilgan ifodalar ustida turli amallarni bajarishni, funksiya grafiklaridan foydalanish orqali masalani hal qilishga olib kelish o‘quvchilarga mavzuning mohiyatini tushunish va uni aniq tasavvur qilish imkonini beradi.

Adabiyotlar:

1. Alimov Sh.A.va boshqalar. Algebra: Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 9-sinfi uchun darslik .:T. O‘qituvchi, 2019. – 240 b
2. 2. Arnheim R. Visual thinking / R. Arnheim. - Berkley: Univ. of California Press, 1969. - 345 p. нные проблемы образования и воспитания / В.П. З
3. Зинченко, В.П. Современные проблемы образования и воспитания / В.П. Зинченко // Вопр. философии. – 1973. – № 11. – С. 42–46.
4. Далингер В.А. Теоретические основы когнитивно-визуального подхода к обучению математике: монография. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2006. – 143 с.
5. Фирер А. В. Визуализированные алгебраические задачи в контексте развития познавательных универсальных учебных действий //Проблемы современного педагогического образования. – 2017. – №. 56-8. – С. 247-256.
6. Крюкова С. А. Понимание визуального мышления // Аналитика культурологии. – 2012. – №. 22. – С. 152-155.



ANALYZING THE EFFECTS OF TEACHING METHODOLOGIES OF BASIC AI AND ROBOTICS TOPICS FOR GRADUATING STUDENTS OF GENERAL SECONDARY EDUCATION

J. Abdujalilov, Tashkent University of Information Technologies
named after Muhammad al-Khwarizmi PhD, independent researcher

This research explores the impact of introducing basic topics of Artificial Intelligence (AI) and robotics into the curriculum of 10th and 11th-grade students' Computer science and Information technology course in Uzbekistan's public school. Survey results showed a significant increase in students' interest in pursuing additional studies in AI and programming, with 60% expressing an interest in automation and 27% indicating a desire to specialize in the field or continue on education in the higher education institutions.

Keywords: AI, Robotics, students, Fourth Industrial Revolution.

Ushbu tadqiqotda O'zbekistonda umumiy o'rta ta'lim maktablarining 10 va 11-sinf Informatika va Axborot texnologiyalari o'quv dasturiga sun'iy intellekt (SI) va robototexnika mavzularini joriy etishning ta'siri o'rganilgan. So'rov natijalari talabalarning sun'iy intellekt va dasturlashni o'rganishga qiziqishi sezilarli darajada oshganini ko'rsatdi, 60% o'quvchilar avtomatlashtirishga qiziqish bildirgan va 27% o'quvchilar oliy ta'limda o'qishni davvom ettirish yoki ushbu soxada ishini davvom ettirish istagini bildirgan.

Tayanch so'zlar: SI, robototexnika, o'quvchilar, To'rtinchi sanoat inqilobi.

В этом исследовании изучается влияние введения базовых тем искусственного интеллекта (ИИ) и робототехники в учебную программу учащихся 10-х и 11-х классов по курсу «Информатика и информационные технологии» в государственных школах



Узбекистана. Результаты опроса показали значительный рост интереса студентов к дополнительному обучению в области искусственного интеллекта и программирования: 60% выразили интерес к автоматизации, а 27% указали на желание специализироваться в этой области или продолжить образование в ВУЗ.

Ключевые слова: ИИ, робототехника, студенты, Четвертая промышленная революция.

Project-Based Learning (PBL) is widely recognized as one of the most effective methods for teaching AI and robotics. PBL focuses on engaging students in real-world problem-solving, which is particularly relevant for technology-based subjects like AI and robotics. Studies show that PBL fosters deeper understanding by encouraging students to apply theoretical knowledge in practical settings. For example, the author found that students who learned through PBL demonstrated higher critical thinking and problem-solving abilities than those taught through traditional methods [1]. In the context of AI and robotics, where students often build and program robots or develop simple AI algorithms, PBL allows students to engage in meaningful, hands-on learning that closely simulates real-world applications. However, the effectiveness of PBL can depend heavily on the availability of resources and teacher expertise. The literature noted that without sufficient scaffolding, students can become overwhelmed by complex problems, which may hinder their learning [2]. This is particularly relevant in resource-limited settings where robotics kits or AI tools might not be available.

Hands-on learning, also known as experiential learning, involves engaging students with physical robotics kits or AI software to learn by doing.

Several studies support the effectiveness of hands-on learning for AI and robotics. The author emphasized the importance of experiential



learning, showing that it helps students retain knowledge by directly engaging with the material [3]. In robotics, using tools like Arduino or LEGO Mindstorms helps students understand abstract AI and robotics principles by translating them into real-world tasks. This author also found that hands-on learning significantly improves students' engagement and learning outcomes in STEM education [4].

Hands-on learning is resource-intensive, requiring access to robotics kits, computers, and software, which may not be available in all educational settings. In resource-limited environments, the lack of adequate tools can hinder the effectiveness of this approach. Collaborative learning involves students working together in groups to solve problems or complete tasks. In AI and robotics, this often involves group projects that encourage teamwork and communication.

The authors demonstrated that collaborative learning improves student engagement, motivation, and performance across various subjects [9]. In AI and robotics education, collaborative learning helps students pool their knowledge to solve complex problems, fostering teamwork and problem-solving skills. Research by this author also suggests that students learn better when they work together in a community of practice, which is highly applicable in the context of robotics and AI projects [10].

However, collaborative learning can be less effective if group dynamics are poor or if some students dominate the tasks, leaving others disengaged. Effective group management and structured tasks are essential to maximize the benefits of collaborative learning.

The author found that PBL enhances students' problem-solving skills [7], which is particularly valuable in the fields of AI and robotics. AI challenges like designing machine learning models to predict outcomes or programming robots to navigate through obstacles give students the opportunity to apply their knowledge in real-world contexts, thereby reinforcing their learning.

PBL requires a high level of teacher facilitation, especially in AI and robotics, where students may need significant guidance to work through complex problems. Without adequate teacher support, students may become frustrated or confused, which can reduce the method's effectiveness.

Scaffolding involves breaking down complex tasks into smaller, manageable steps and gradually reducing support as students gain mastery.

The literature introduced scaffolding as an effective strategy for helping students tackle complex tasks by providing structured support [8]. In AI and robotics, students may initially struggle with abstract concepts like neural networks or algorithmic design. By scaffolding the learning process—starting with simpler tasks like basic robot movements or simple AI algorithms—students gradually build confidence and competence.

Scaffolding can be time-intensive and requires careful planning by the teacher. If the support is removed too early, students may struggle; if it's maintained for too long, students may not develop independence.

The literature suggests that various teaching methodologies can be effective in teaching AI and robotics to 10th and 11th-grade students, depending on the specific learning goals and context. Project-Based Learning (PBL), hands-on learning, and flipped classrooms appear to be the most effective for fostering deep engagement and understanding in students. However, factors such as resource availability, teacher expertise, and student prior knowledge must be considered when selecting the appropriate methodology. A blended approach that combines hands-on activities, inquiry-based learning, and collaboration may provide the most comprehensive and engaging experience for students learning AI and robotics.

In 2023, We proposed introducing AI and robotics into the curricula for graduating high school students as a pilot project. A pilot project

was submitted to the Korean Ministry of Education, with the project led by the Korean National University of Transportation, the Republican Scientific and Methodological Center for the Development of Education, and the Turin Polytechnic University in Tashkent cooperated to finalize the project application.

The pilot study planned to conduct in two phases: Phase one as a summer school in July 2024, was held at School No. 129 in Tashkent. Participants attended are 32 students and 3 Informatics teachers. The second phase will be conducted at Turin Polytechnic University, Tashkent, Uzbekistan, targeting 12 schools in Tashkent city.

The program incorporated multiple teaching methodologies to ensure maximum student engagement - hands-on learning, project-based learning, and collaborative learning. On hands-on learning students worked with robotics kits and AI software to design projects, such as automating processes or building simple AI models. On project-based learning students were divided into groups and given tasks with completing a final project that applied the concepts learned in class. Collaborative learning has been implemented by group works which were throughout the program, with students encouraged to collaborate on problem-solving tasks.

A survey was conducted after the summer school to assess the effectiveness of the teaching methodologies and measure students' interest in willing to take further education in AI and robotics. Overall students reported that they have acquired new skills in AI and programming, with 93.3% of participants they have now a strong interest for attending future programs related to the field.

60% of participants reported their interest in automation, and 27% showed they have desire to specialize in AI and robotics. Both students and teachers showed a significant improvement critical thinking and collaboration. Which contributed on students' problem-solving and teamwork skills. Teachers emphasized there is a growing in student

interests for this skills, and positive opinions about the importance of incorporating these subjects into the national curriculum for Informatics.

The results of the summer school pilot program align with the findings from the literature on the effectiveness of project-based, hands-on, and collaborative learning methodologies. The students' high level of engagement and the reported improvement in their problem-solving skills reflect the benefits of these interactive methodologies in teaching AI and robotics.

Hands-On Learning proved particularly effective in engaging students, as they had the opportunity to directly interact with robotics kits and AI software. This aligns with Kolb's theory of experiential learning [3], which emphasizes the importance of learning by doing.

Collaborative Learning enhanced students' ability to work as part of a team, an essential skill in both AI and robotics. The authors also argue that collaborative learning fosters deeper engagement and better academic outcomes [5].

However, the challenges of implementing such a program in resource-limited settings were evident. Access to AI tools and robotics kits is essential for hands-on learning, and resource constraints may limit the scalability of the program.

The results from the summer school pilot program in Tashkent demonstrate that a combination of hands-on learning, project-based learning, and collaborative learning is highly effective in teaching AI and robotics to 10th and 11th-grade students. The students' increased interest in pursuing careers in AI and automation indicates that this approach can help prepare the next generation for the demands of the Fourth Industrial Revolution.

Further research is recommended to evaluate the long-term impact of these teaching methodologies, particularly in resource-limited settings. Expanding the pilot program to more schools in Uzbekistan and continuing to build teacher capacity in AI and robotics education will be crucial for the success of this initiative.



References:

1. J. R. Savery, "Overview of Problem-Based Learning," Foundations of Learning and Instructional Design Technology, 2017.
2. D. Kokotsaki, V. Menzies, and A. Wiggins, "Project-based learning: A review of the literature," Improving schools, vol. 19, no. 3, pp. 267–277, 2016.
3. D. A. Kolb, Experiential learning: Experience as the source of learning and development. FT press, 2014.
4. F. B. V. Benitti, "Exploring the educational potential of robotics in schools: A systematic review," Comput Educ, vol. 58, no. 3, pp. 978–988, 2012.
5. D. W. Johnson and R. T. Johnson, Learning together and alone: Cooperative, competitive, and individualistic learning. Prentice-Hall, Inc, 1987.
6. J. Lave, Situated learning: Legitimate peripheral participation. Cambridge university press, 1991.
7. H. S. Barrows, "Problem-based learning: An approach to medical education," Med Educ, vol. 1, 1980.
8. D. Wood, J. S. Bruner, and G. Ross, "The role of tutoring in problem solving," Journal of child psychology and psychiatry, vol. 17, no. 2, pp. 89–100, 1976.



MUSBAT QATORLARNI YAQINLASHISHGA TEKSHIRISHNING KUMMER ALOMATI

*R.A.Koshnazarov, TDPU, dotsent v.b.
M.I.Yusupova, TDPU, magistratura talabasi*

Maqolada Kummer tomonidan taklif qilingan musbat hadli qatorlarni yaqinlashishga tekshirishning umumiy sxemasi ko'rib chiqilgan. Kummer alomatidan Dalamber, Raabe, Bertran alomatlari keltirib chiqariladi, ularning farqlari misollarda ochib beriladi.

Kalit so'zlar: Sonli qator, yaqinlashish alomatlari, Kummer alomati

В статье рассматривается общая схема проверки сходимости положительных рядов, предложенная Куммером. Из признака Куммера выводятся другие признаки (Даламбера, Раабе, Бертрана), на примерах выявлены их различия.

Ключевые слова: числовой ряд, признаки сходимости, признак Куммера.

The article discusses the general scheme for testing the convergence of positive series proposed by Kummer. Other tests (D'Alembert, Raabe, Bertrand) are derived from Kummer's test, and their differences are revealed using examples.

Key words: numerical series, convergence tests, Kummer's test.

60110600 – Matematika va informatika bakalavriat yo'nalishida o'qitiladigan “Matematik analiz” fanining “Qatorlar nazariyasi” bo'limida musbat qatorlarning taqqoslash, Dalamber, Koshining radikal va integral alomatlarini o'rganish rejalashtirilgan. Musbat qatorlarni tekshirishning boshqa alomatlari ham mavjud. Bu alomatlar bilan iqtidorli talabalarni tanishtirish, ularni “sezgirliigi” jihatdan o'zaro solishtirish maqsadga muvofiq deb hisoblaymiz.

Shunday alomatlardan biri Kummer alomati bo'lib, bu alomatning ahamiyati shundaki, undan yangi alomatlarni hosil qilish mumkin.



Kummer alomati. Ushbu musbat qator

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots; a_n \geq 0$$

va shunday $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}, c_n > 0$ musbat sonli ketma-ketlik berilgan bo'lib,

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{c_n}$ uzoqlashuvchi bo'lsin. Ushbu $k_n = c_n \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - c_{n+1}$ ketma-ketlik tuzamiz. U holda:

a) Agar $\exists \delta > 0, \exists N = N(\delta) : \forall n > N(\delta) \quad k_n \geq \delta$ bo'lsa,

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator yaqinlashadi.

b) Agar $\exists N : \forall n > N \quad k_n \leq 0$ bo'lsa, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator uzoqlashadi.

Kummer alomatining limit shakli quyidagi ko'rinishga ega: Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} k_n = k$ mavjud bo'lsa, u holda

A) $k > 0$ bo'lsa, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator yaqinlashuvchi;

B) $k < 0$ bo'lsa, u holda $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ qator uzoqlashuvchi bo'ladi. Isboti [1].

Endi, Kummer alomatidan asosiy alomatlarni qanday olish mumkinligini ko'rsatamiz.

Dalamber alomati. Masalan $c_n = 1$ bo'lsa, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{c_n}$ qator uzoqlashuvchi bo'lib, shart bajariladi. Bundan $k_n = \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{1}{l_n} - 1$ ga ega bo'lamiz.

Agar $\{l_n\}$ ketma ketlik l limitga intilsa, u holda $\{k_n\}$ ketma-ketlikning limiti $k = \frac{1}{l} - 1$ (agar $l = 0$ bo'lsa, $k = +\infty$; agar $l = +\infty$ bo'lsa, $k = -1$) ga intiladi. $l > 1$ bo'lsa, ravshanki $k < 0$, va Kummer

sxemasiga ko'ra qator uzoqlashuvchi; agar $l < 1$ bo'lsa, u holda $k > 0$ bo'lib qator yaqinlashuvchi bo'ladi. Shunday qilib, Dalamber alomatini hosil qilish mumkin. Agar musbat qator uchun $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l$ mavjud bo'lib $l > 1$ bo'lsa qator yaqinlashuvchi $l > 1$ bo'lsa qator uzoqlashuvchi bo'ladi.

$l = 1$ da qatorlar uchun Dalamber alomatidan foydalanib bo'lmaydi va boshqa alomatlardan foydalanish kerak.

Dalamber alomatining isboti qatorni geometrik progressiya bilan taqqoslashga asoslangan. Shuning uchun, Dalamber alomati, foydalanish uchun qulay bo'lsa-da, yetarli darajada "sezgir" emas. U qator tez yaqinlashganda yoki uzoqlashganda, natija beradi. Masalan, qatorning umumiy hadi ko'rsatkichli funksiyani o'z ichiga olganda yoki n ta sonning ko'paytmasini ifodalaganda yoki faktoriallarni o'z ichiga olganda foydalanish qulay.

1-misol. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$ qatorni yaqinlashishga tekshiring.

Yechish. Bu yerda zaruriy shartni shunchaki ishlatish mumkin emas. Tekshirishni yetarli shartdan boshlaymiz. n o'rniga $n+1$ ni qo'yib $2(n+1)-1=2n+1, 3(n+1)-1=3n+2$ ni hosil qilamiz. Dastlab $a_{n+1} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)(2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)(3n+2)}$ ni hosil qilamiz. Ushbu limitini hisoblaymiz:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+2} = \frac{2}{3} < 1$, qator Dalamber alomatiga ko'ra yaqinlashuvchi.

2-misol. Qatorni yaqinlashishga tekshiring $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!b^n}{n^n}, b \neq e$.



$$\text{Yechish. } a_{n+1} = \frac{(n+1)!b^{n+1}}{(n+1)^{n+1}} = \frac{n!(n+1) \cdot b^n \cdot b}{(n+1)^n \cdot (n+1)} = a_n \cdot \frac{bn^n}{(n+1)^n}$$

tuzamiz. Ushbu limitini hisoblaymiz:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = b \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n = \frac{b}{e}.$$

Bu holda Dalamber alomatiga ko'ra, $b > e$ bo'lsa qator uzoqlashuvchi, $b < e$ bo'lsa qator yaqinlashuvchi.

Raabe alomati. $c_n = n$ bo'lsin, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ garmonik qator uzoqlashadi.

k_n ifoda $k_n = n \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - (n+1) = R_{n-1}$ ko'rinishda bo'ladi.

Agar $\{R_n\}$ ketma-ketlik 1 ga yaqinlashsa, u holda $\{k_n\}$ ketma-ketlik $k = R - 1$ ($R = \pm\infty$ bo'lsa, $k = \pm\infty$) limitga intiladi. $R > 1$ da $k > 0$ o'rinli bo'ladi va Kummer alomatiga ko'ra qator yaqinlashadi. Agar $R < 1$ bo'lsa, u holda $k < 0$ o'rinli bo'ladi va qator uzoqlashadi.

Bu esa Raabe alomatini ifodalaydi.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots$ musbat qator uchun

$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = l$ limit mavjud bo'lsin. U holda $l > 1$ da qator

yaqinlashadi, $l < 1$ da qator uzoqlashadi. $l = 1$ da qator yaqinlashishi haqidagi savol ochiq qoladi.

3-misol. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} \cdot \frac{1}{k}$ qatorni yaqinlashishga tekshiring.



Yechish. k ni $k+1$ ga almashtiramiz va

$$a_{k+1} = \frac{[2(k+1)-1]!!}{(k+1)(2(k+1))!!} = \frac{(2k+1)!!}{(k+1)(2k+2)!!} \text{ hosil qilamiz.}$$

Avval Dalamber alomatidan foydalanib ko'ramiz:

$$\frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{(2k+1)!!}{(k+1)(2(k+1))!!} \cdot \frac{(2k-1)!!}{k(2k)!!} = \frac{(2k+1)k}{(2k+2)(k+1)} = \frac{2k^2+k}{2k^2+4k+2}.$$

$$\text{Limitni hisoblaymiz: } \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{2k^2+k}{2k^2+4k+2} = \frac{2}{2} = 1$$

Dalamber alomati qator yaqinlashishiga javob bermadi. Raabe alomatidan foydalanamiz:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k \left(\frac{a_k}{a_{k+1}} - 1 \right) = \lim_{k \rightarrow \infty} k \left(\frac{2k^2+4k+2}{2k^2+k} - 1 \right) = \lim_{k \rightarrow \infty} k \left(\frac{2k^2+3k+k+2}{2k^2+k} - 1 \right) =$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} k \left(1 + \frac{3k+2}{2k^2+k} - 1 \right) = \lim_{k \rightarrow \infty} k \cdot \frac{3k+2}{2k^2+k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{3k^2+2k}{2k^2+k} = \frac{3}{2} = l > 1$$

Demak, tekshirilayotgan qator yaqinlashuvchi.

Bertran alomati. Bu alomatga ega bo'lishimiz uchun $c_n = n \ln n$ deb olamiz, bu tanlovda $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ qator uzoqlashuvchi bo'ladi.

Bu holda

$$k_n = n \ln n \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - (n+1) \ln(n+1) \text{ bo'lib, uni}$$

$$k_n = \ln n \left[n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) - 1 \right] - \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1} = \beta_n - \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1}$$



ko‘rinishda ham yozish mumkin, Bu yerda

$$\beta_n = \ln n \left[n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) - 1 \right] = \ln n \cdot (R_n - 1)$$

Bu holda Bertran alomatiga ega bo‘lamiz. Agar β_n ketma-ketlik (chekli yoki cheksiz) $\beta = \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n$ limitga ega bo‘lsa, $\beta > 1$ da qator yaqinlashadi, $\beta < 1$ da qator uzoqlashadi.

Haqiqatdan ham $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n+1} = \ln e = 1$, $\{k_n\}$ ketma-ketlik

$k = \beta - 1$ ($k = \pm \infty$, $\beta = \pm \infty$) limitga intiladi.

Kummer alomatida c_n deb $n \ln n \ln n, n \ln n \ln n \ln n, \dots$ ketma-ketliklarni olib, yangi alomatlarini hosil qilish mumkin. Ammo hosil bo‘lgan alomatlarining hech biri, agar $k=1$ bo‘lsa, qator yaqinlashishi nima bo‘ladi degan savolga javob bermaydi. Bu savolga Gauss alomati javob beradi [2].

Gauss alomati. Bizga $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots; a_n \geq 0$

musbat qator berilgan va $\frac{a_n}{a_{n+1}}$ nisbatni $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \lambda + \frac{\mu}{n} + \frac{\theta_n}{n^2}$,

λ va μ hamma vaqt musbat, $|\theta_n| \leq L$ ko‘rinishda yozish mumkin bo‘lsin. U holda agar $\lambda > 1$ bo‘lsa qator yaqinlashadi, $\lambda < 1$ bo‘lsa uzoqlashadi, $\lambda = 1$ bo‘lganda $\mu > 1$ da qator yaqinlashadi, $\mu \leq 1$ da qator uzoqlashadi.

$\lambda > 1$ ($\lambda < 1$) bo‘lgan vaziyatlar Dalamber alomatiga to‘g‘ri keladi, ya’ni $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{\lambda}$.

Endi $\lambda = 1$ bo‘lsin, unda $R_n = n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \mu + \frac{\theta_n}{n}$, $R_n = \mu$ $\mu > 1$

($\mu < 1$) vaziyatda Raabe alomatiga to'g'ri keladi. Nihoyat agar $\mu = 1$ bo'lsa, $\beta_n = \ln n(R_n - 1) = \frac{\ln n}{n} \cdot \theta_n$ ko'rinishga ega bo'lamiz, shunday qilib $\frac{\ln n}{n}, n \rightarrow \infty$ intilganda 0 bo'ladi, θ_n chekli bo'lgani uchun $\beta = \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n = 0$ va Bertran alomatiga ko'ra qator uzoqlashuvchi.

4-misol. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \cdot \frac{2}{n}$ qatorni yaqinlashishga tekshiring.

Yechish. $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{2n^2 + 4n + 2}{2n^2 + n} = 1 + \frac{3n+2}{2n^2+n} = 1 + \frac{\frac{3}{2}}{n + \frac{1}{2}} + \frac{2}{2n^2+n}$ ni tuzamiz.

Bu yerda $\lambda = 1$, $\mu = \frac{3}{2} > 1$. Bundan Gauss alomatiga ko'ra qator uzoqlashuvchi ekanini kelib chiqadi.

5-misol. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n-1}$ qatorni yaqinlashishga tekshiring.

Yechish. Berilgan qatorni taqqoslama alomati yordamida ham tekshirsak bo'ladi. Lekin bizning bu misolni qarashdan maqsadimiz Dalamber va Raabe alomatlarining Gauss alomatiga ko'ra kuchsiz ekanini ko'rsatishdan iborat. O'quvchilarga Dalamber va Raabe alomatlarini tekshirib ko'rishni taklif qilamiz.

Gauss alomatiga murojat qilamiz: $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{3n+2}{3n-1} = 1 + \frac{3}{3n-1} = 1 + \frac{\frac{3}{1-\frac{1}{3n}}}$

Bu yerda $\lambda = 1, \mu = 1$. Qator Gauss alomatiga ko'ra uzoqlashuvchi bo'ladi.



Adabiyotlar:

1. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – Т. 2. – М.: Физматлит, 2006. – 607 с.

2. Кандаурова И. Е. Методика применения признака Куммера при исследовании числовых рядов на сходимость // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2017. – № 7. – 0,3 п. л. – URL: <http://e-koncept.ru/2017/170156.htm>.



MATEMATIK INDUKSIYA USULI YORDAMIDA MISOL VA MASALALAR YECHISH

***O.Musurmanov**, TDPU, Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrası professori*

***A.A.Akmalov**, TDPU, Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrası dotsenti*

***D.A.Abdurahobov**, TDPU, Matematika va uni o'qitish metodikasi kafedrası o'qituvchisi*

Ushbu maqolada matematik induksiya metodi yordamida misol va masalarning tasdiqlarini to'g'riligini tekshirish bayon etilgan.

***Kalit so'zlar:** matematik tasdiq, induksiya, deduksiya, matematik induksiya.*

В данной статье описана проверка правильности утверждений примеров и задач методом математической индукции.

***Ключевые слова:** математическое доказательство, индукция, дедукция, математическая индукция.*

This article describes the verification of the correctness of the assertions of examples and problems using the method of mathematical induction.

***Key words:** mathematical proof, induction, deduction, mathematical induction.*

Matematikada ko'p tasdiqlar uchraydi. Bu tasdiqlar umumiy va xususiy tasdiqlarga bo'linadi. Misollar:

1) O'zbekiston Respublikasining barcha fuqarolari bilim olish huquqiga egadirlar.

2) Har qanday parallelogram dioganallari kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi.

3) Nol bilan tugaydigan har qanday son 5 ga bo'linadi.



Yuqorida keltirilgan misollar umumiy tasdiqlarni ifodalaydi. Endi shu umumiy tasdiqlardan xususiy tasdiqlarga o'tamiz.

1) Ahmedov ham bilim olish huquqiga ega

2) ABCD parallelogram dioganallari kesishgan nuqtasida teng ikkiga bo'linadi.

3) 120 soni 5 ga bo'linadi

Bu yerda yuqoridagi umumiy tasdiqlarga mos ravishda xususiy tasdiqlarni tuzdik.

Umumiy tasdiqlardan xususiy tasdiqlarga o'tish **deduksiya** deyiladi.

Misollar:

O'zbekiston Respublikasining barcha fuqarolari bilim olish huquqiga ega. (1)

Axmedov O'zbekiston fuqarosi. (2)

Axmedov bilim olish huquqiga ega. (3)

Bundan ko'rinadiki, (1) umumiy tasdiqdan (2) tasdiq yordamida (3) xususiy tasdiqqa o'tdik.

Xususiy tasdiqlardan umumiy tasdiqqa o'tish **induksiya** deyiladi. Induksiya to'g'ri hamda noto'g'ri xulosalarga olib kelishi mumkin.

Misol. 120 soni 5 ga bo'linadi. (1)

Nol bilan tugaydigan barcha sonlar 5 ga bo'linadi. (2)

(1) Xususiy tasdiqdan (2) umumiy tasdiq hosil qilindi. (2) tasdiq to'g'ridir.

120 ni 5 ga bo'linadi. (1)

Barcha uch xonali sonlar 5 ga bo'linadi. (2)

(1) tasdiqdan (2) umumiy tasdiqni hosil qildik, lekin bu noto'g'ri, chunki 312 soni 5 ga bo'linmaydi.

Faqat to'g'ri xulosalar hosil qilish uchun matematikada induksiya qanday foydalanish kerak degan savolga javob berish uchun harakat qilamiz.

Lekin matematikada yo'l qo'yib bo'lmaydigan induksiya doir bir nechta misollarni ko'ramiz.



$$1\text{-misol. } S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} \text{ bo'lsin.}$$

$$\text{Bundan } S_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{2}{3} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$S_4 = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{4} + \frac{1}{20} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

Bulardan ko'rinadiki, har qanday natural n uchun

$$S_n = \frac{n}{n+1} \text{ o'rinli deb tasdiqlaymiz}$$

2-misol. $x^2 + x + 41$ uchhadni qaraymiz. Bu misol bilan L.Eyler ham qiziqqan va e'tibor bergan. Bu uchhadda x o'rniga 0 qo'yib 41 tub sonni olamiz, 1 ni qo'yib 43 tub sonni olamiz. Uchhadda x o'rniga ketma-ket 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 sonlarini qo'yishni davom ettirib, har gal 47, 53, 61, 71, 83, 97, 113, 131 tub sonlarni olamiz. Bu degani x ni o'rniga har doim ixtiyoriy butun manfiy bo'lmagan sonni qo'yish bilan tub son hosil bo'laveradi degan xulosa chiqarish mumkin deymiz. Yuqorida ko'rilgan ikki misolda chiqarilgan xulosalar har doim ham to'g'ri bo'lavermaydi, sababi bir nechta xususiy hollarni tekshirib ko'rib, umumiy xulosa chiqardik.

Matematikada induksiya keng qo'llaniladi ammo undan mohirlik bilan foydalanish kerak. Yuqorida ko'rilgan ikki misoldan: birinchi misolda xususiy tasdiqlardan umumiy tasdiq tasodifan to'g'ri bo'lsa ham (keyinchalik sababini keltiramiz) ikkinchi misolda chiqarilgan umumiy tasdiq noto'g'ridir.



Haqiqatan ham, $x^2 + x + 41$ uchhadni chuqurroq tekshirilsa, $x = 0, 1, 2, 3, \dots, 39$ da tub sonlar hosil bo'ladi, lekin $x = 40$ da esa $40^2 + 40 + 41 = 1600 + 40 + 41 = 1681 = 41^2$ hosil bo'ladi, bu esa uni murakkab son ekanligini ko'rsatadi. Shuning uchun ham ba'zi xususiy tasdiqlardan foydalanib, umumiy tasdiq chiqarish mumkin emas ekan.

Misol. $x^n - 1$ ikki had (bu yerda n - natural son) matematiklar uchun qayta qiziqish tug'dirdi. Bu ikki had aylanani n ta teng bo'lakka bo'lishga doir geometrik masala bilan bog'liqligini aytishni o'zi kifoya. Shuning uchun bu ikki hadning matematikada har tomonlama o'rganishning hayron qoladigan joyi yo'q. Matematiklarni, xususan, bu ikki hadni butun koeffitsientli ko'paytuvchilarga ajratish masalasi qiziqtirgan.

Matematiklar bu yoyilmani n ning anchagina xususiy qiymatlarida qarashlari natijasida uning barcha koeffitsientlari absolyut qiymatlari bo'yicha birdan katta bo'lmasligini ko'rdilar. Haqiqatan ham,

$$x - 1 = x - 1$$

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$x^4 - 1 = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$$

$$x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$$

$$x^6 - 1 = (x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$$

.....

Shunday jadvallar tuziladiki, bu jadvallar bo'yicha koeffitsientlar aytilgan xossaga ega bo'ladi. Ammo har qanday n da bu faktni isbotlash uchun qilingan harakatlar muvaffaqiyatli chiqmadi.

1938-yili “Успехи математических наук” (IV chiqarilishi) jurnalida mashhur matematik N.G.Chebotarevning maqolasi bosilib chiqdi. Bu maqolada olim matematiklarimizga bu masalani hal qilishni taklif qildi.

Bu masalaani V.Ivanov hal qildi. Darajasi 105 dan kichik bo‘lgan barcha $x^n - 1$ ikki hadlar aytilgan xossaga ega ekani ma’lum bo‘ldi. $x^{105} - 1$ ko‘phadning ko‘paytuvchilaridan biri:

$$x^{48} + x^{47} + x^{46} - x^{43} - x^{42} - 2x^{41} - x^{40} - x^{39} + x^{36} + x^{35} + x^{34} + x^{33} + x^{32} + x^{31} - \\ - x^{28} - x^{26} - x^{24} - x^{22} - x^{20} + x^{17} + x^{16} + x^{15} + x^{14} + x^{13} + x^{12} - x^9 - x^8 - 2x^7 - x^6 - \\ - x^5 + x^2 + x + 1$$

aytilgan xossaga ega bo‘lmaydi.

Misol. $2^{2^n} + 1$ ko‘rinishidagi son $n = 0, 1, 2, 3, 4$ da $2^{2^0} + 1 = 3$, $2^{2^1} + 1 = 5$, $2^{2^2} + 1 = 17$, $2^{2^3} + 1 = 257$, $2^{2^4} + 1 = 65537$ sonlar tub sonlardir. XVII asrda yashab ijod qilgan fransuz matematigi P.Ferma bu ko‘rinishdagi barcha sonlar tub son deb faraz qilga edi. Lekin XVIII asrga kelib L.Eyler $2^{2^5} + 1 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417$ murakkab son ekanini aniqladi.

Ma’lum sondagi xususiy tasdiqlar orqali umumiy xato tasdiqlar chiqarilib, keyinchalik bular ko‘zga ko‘ringan yetuk olimlar tomonidan xato ekanligi isbotlangan.

Bunday misollarni juda ko‘p ekanligini ko‘rsatish mumkin. Yuqorida ko‘rib chiqilgan misollar sodda va shu bilan birga muhim xulosa qilish imkonini beradi. Tasdiq bir qator xususiy hollarda butunlay o‘rinli bo‘la turib, shu bilan bir vaqtning o‘zida, umuman, to‘g‘ri bo‘lmashligi ham mumkin.

Bunday holda nima qilish kerak degan savol tug‘iladi. Bir qancha xususiy hollarda o‘rinli bo‘lgan tasdiq berilgan bo‘lsin. Barcha xususiy hollarni tekshirish mumkin emas. Bunday holda tasdiqning umuman



o‘rinligini qanday bilish mumkin?

Bunday holda, matematik induksiya isboti (to‘la induksiya, takomillashgan induksiya) deb ataluvchi alohida mulohaza metodi bilan yechiladi.

Bu induksiya quyidagidan iborat bo‘lgan matematik induksiya prinsipi yotadi:

1. Tasdiq $n = 1$ uchun o‘rinli bo‘lsa va

2. Tasdiqning qandaydir ixtiyoriy natural $n = k$ uchun o‘rinligidan, uning $n = k + 1$ uchun o‘rinligi kelib chiqsa, tasdiq ixtiyoriy natural n uchun o‘rinli bo‘ladi.

Matematika induksiya prinsipini to‘g‘riligini isbotlash uchun uni teskarisini faraz qilib isbotlanadi.

Odatda matematik induksiya prinsipini aksioma uchun qabul qilinadi.

Matematik induksiya prinsipiga asoslangan isbotlar, isbotlashning matematik induksiya metodi deb ataladi.

Bunday isbotlash ikki qismdan tashkil topgan bo‘lishi, ikki mustaqil teoremaning isbotidan iborat bo‘lishi zarur.

1-teorema. Tasdiq $n = 1$ uchun o‘rinli

2-teorema. Agar tasdiq $n = k$ uchun o‘rinli bo‘lsa, u $n = k + 1$ uchun ham o‘rinli bo‘ladi. k -natural son.

Agar bu ikki teorema isbotlansa, u holda matematik induksiya prinsipiga asosan tasdiq ixtiyoriy natural n uchun o‘rinli bo‘ladi.

Endi biz yuqorida ko‘rilgan birinchi misolimizni bu metod yordamida hisoblaymiz.

Misol. Quyidagi yig‘indi hisoblansin.

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$$

Biz yuqoridan bilamizki, $S_1 = \frac{1}{2}$, $S_2 = \frac{2}{3}$, $S_3 = \frac{3}{4}$, $S_4 = \frac{4}{5}$. Endi

yuqorida ko'rilgan misolda yo'l qo'yilgan xatoga yo'l qo'ymaymiz va ixtiyoriy natural n uchun $S_n = \frac{n}{n+1}$ tenglik o'rinli deb tasdiqlaymiz.

Buning uchun matematik induksiya metodidan foydalanamiz.

1-teorema. $n=1$ uchun gipoteza o'rinli, chunki $S_1 = \frac{1}{2}$.

2-teorema. Gipoteza $n=k$ uchun o'rinli deb faraz qilamiz, ya'ni

$$S_k = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{k \cdot (k+1)} = \frac{k}{k+1},$$

Bunda k -ixtiyoriy natural son. U holda gipoteza $n=k+1$ uchun ham o'rinli, ya'ni $S_{k+1} = \frac{k+1}{k+2}$ bo'lishini isbotlaymiz. Haqiqatan ham,

$$S_{k+1} = S_k + \frac{1}{(k+1)(k+2)};$$

Shunday qilib, teoremaning shartiga asosan:

$$S_{k+1} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k(k+2)+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$$
$$S_{k+1} = \frac{k+1}{k+2}$$

Ikkala teorema ham isbot bo'ldi. Endi matematik induksiya prinsipiga asosan, har qanday natural n son uchun $S_n = \frac{n}{n+1}$ tenglik o'rinlidir.

Shuni aytish lozimki, matematik induksiya metodi, ikkala 1 va 2-teoremaning, albatta, isbotlanishini talab qiladi.

Biz yuqorida ko'rgan ikkinchi misolda 2-teoremaga e'tibor bermaslik nimaga olib kelishini ko'rdik.

Endi matematik induksiya metodi bilan isbotlashga doir bir nechta misolni qarab chiqamiz.



1-misol. Arifmetik progressiyaning n -hadi $a_n = a_1 + (n-1)d$ (1) ga teng ekanini isbotlang, bunda a_1 -progressiyaning birinchi hadi, d -ayirmasi.

Bu misol oldingi misoldan farqi shundaki, bunda gipoteza tuzishni keragi yo'q, u berilgan. Faqat bu gipotezani to'g'riligini isbotlash kerak xolos.

Matematik induksiya metodi bilan isbotlaymiz.

1) $n=1$ da $a_1 = a_1$ (1) formula o'rinli, ya'ni to'g'ri. Endi $n=k$ da ham formula to'g'ri, ya'ni $a_k = a_1 + (k-1)d$ deb faraz qilamiz va $n=k+1$ uchun isbot qilamiz

$$a_{k+1} = [a_1 + (k-1)d] + d = a_1 + kd - d + d = a_1 + kd$$

Isbot bo'ldi. Demak, matematik induksiyaning ikkala sharti bajarildi. Bundan ko'rinadiki istalgan n natural son uchun ham (1) formula to'g'ri.

Matematik induksiya metodi bilan trigonometrik ayniyatlarni ham isbotlash mumkin.

Misol. Ushbu ayniyat isbotlansin:

$$(\cos \alpha + i \sin \alpha)^n = \cos n\alpha + i \sin n\alpha \quad (2)$$

1) $n=1$ da (2) formulaning ikkala qismi $\cos \alpha + i \sin \alpha$ ko'rinishini oladi. Demak, $n=1$ (2) formula to'g'ri.

2) $n=k$ da formula o'rinli bo'lsin deb faraz qilamiz, ya'ni $(\cos \alpha + i \sin \alpha)^k = \cos k\alpha + i \sin k\alpha$

Endi $n=k+1$ uchun formulani to'g'riligini isbotlaymiz.

$$\begin{aligned} (\cos \alpha + i \sin \alpha)^{k+1} &= (\cos \alpha + i \sin \alpha)^k (\cos \alpha + i \sin \alpha) = \\ &= (\cos k\alpha + i \sin k\alpha)(\cos \alpha + i \sin \alpha) = (\cos k\alpha \cos \alpha - \sin k\alpha \sin \alpha) + \\ &+ i(\cos k\alpha \sin \alpha + \sin k\alpha \cos \alpha) = \cos(k\alpha + \alpha) + i \sin(k\alpha + \alpha) = \\ &= \cos(k+1)\alpha + i \sin(k+1)\alpha \end{aligned}$$

Bu esa $n=k+1$ bo'lganda ham (2) formulani to'g'ri ekanini

ko'rsatadi. Matematik induksiya prinsipining ikkala sharti ham bajarildi, demak (2) formula istalgan natural n da to'g'ri.

Endi o'quvchilar e'tiboriga quyidagi misollarni matematik induksiya metodi bilan isbotlashni tavsiya qilamiz

1-misol. n har qanday natural son bo'lganda ham

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

$$2\text{-misol. } \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

3-misol.

$$\frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} + \dots + \frac{1}{(a+n-1)(a+n)} = \frac{n}{n(a+n)}$$

$$4\text{-misol. } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$5\text{-misol. } 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Biz matematik induksiya metodining boshqa variantini berishni ham lozim ko'rdik.

Ba'zi tasdiqlar barcha natural n sonlar uchun emas, balki biror p sonidan boshlangan natural sonlar uchun to'g'ri bo'ladi. Ammo biz yuqorida ko'rgan matematik induksiya metodidan boshqacharoq, lekin butunlay unga o'xshash metod bilan isbotlash mumkin bo'ladi. Bu usul quyidagicha

Agar: 1) tasdiq $n = p$ uchun to'g'ri bo'lsa;

2) Bu tasdiqning $n = k$ da to'g'riligidan, bunda $k \geq p$ uning $n = k + 1$ da ham to'g'riligi kelib chiqsa, bu tasdiq barcha natural $n \geq p$ qiymatlarda to'g'ridir.

Bunga doir misol ko'rib chiqamiz.

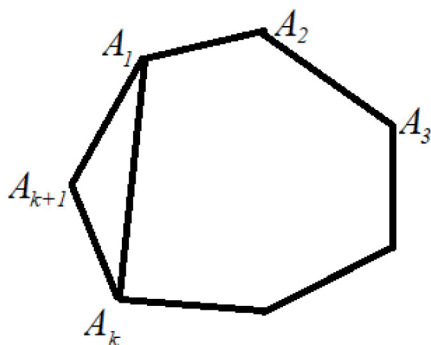


Misol: Har qanday qavariq ko'pburchak ichki burchaklarining S_n yig'indisi $(n-2)\pi$ ga tengligini isbotlang. Bunda n - berilgan ko'pburchaklar tomonlarining soni: $S_n = (n-2)\pi$ (1)

Bu tasdiq barcha natural n sonlar uchun emas, balki faqat $n \geq 3$ uchun to'g'ri.

1) $n = 3$ bo'lganda tasdig'imiz $S_3 = \pi$ ko'rinishini oladi. Lekin har qanday uchburchak ichki burchaklarining yig'indisi haqiqatan π ga teng. Shuning uchun $n = 3$ da (1) formula to'g'ri.

2) Bu formula $n = k$ da to'g'ri, ya'ni $S_k = (k-2)\pi$ bo'lsin, bunda $k \geq 3$. Bu holda $S_{k+1} = (k-1)\pi$ formula ham to'g'ri bo'lishini isbotlaymiz.



1-shakl

$A_1 A_2 \dots A_k A_{k+1}$ -ixtiyoriy qavariq $(k+1)$ -burchak bo'lsin (1-shaklga qarang). A_1 va A_k nuqtalarni birlashtirib, $A_1 A_2 \dots A_{k-1} A_k$ qavariq k burchakni hosil qilamiz. Ravshanki, $A_1 A_2 \dots A_k A_{k+1}$ dan iborat $(k+1)$ burchak burchaklarining yig'indisi $A_1 A_2 \dots A_{k-1} A_k$ burchakdan iborat k burchak burchaklari yig'indisiga $A_1 A_k A_{k+1}$ uchburchak burchaklari yig'indisining qo'shilganiga teng. Lekin faraz qilinganiga ko'ra $A_1 A_2 \dots A_k$ dan iborat k burchak burchaklarining yig'indisi $(k-2)\pi$

ga teng. $A_1 A_k A_{k+1}$ uchburchakning burchaklari yig'indisi π ga teng. Shuning uchun

$$S_{k+1} = S_k + \pi = (k-2)\pi + \pi = k\pi - 2\pi + \pi = k\pi - \pi = (k-1)\pi$$

Shunday qilib, matematik induksiya metodining ikkala sharti ham bajariladi, shuning uchun har qanday natural $n \geq 3$ da (1) formula to'g'ri. Shu usul bilan isbotlanadigan bir nechta misollarni tavsifiya qilamiz.

1-misol. n burchak o'zining kesishmaydigan dioganallari bilan nechta uchburchakka bo'linishi mumkin?

2-misol. $n \geq 3$ da $2^n \geq 2n+1$ bo'lishini isbotlang.

3-misol. n ning qanday natural qiymatlarida $2^n \geq n^2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi?

Xulosa

Matematik induksiya metodi bilan isbotlash ikki bosqichdan iborat.

1-bosqich. Tasdiqning $n=1$ bo'lganda ($n=p$) bo'lganda to'g'riligini tekshiramiz.

2-bosqich. Tasdiq $n=k$ bo'lganda to'g'ri deb faraz qilamiz va bundan foydalanib, uning $n=k+1$ ga ham to'g'riligini isbotlaymiz.

Bu bosqichlarning har biri o'ziga ko'ra muhimdir. Biz yuqorida ko'rgan 2-misolimizda ya'ni $f = n^2 + n + 41$ ni qaraganimizda bir necha xususiy hollarni tekshirib, umumiy xulosa chiqarib, qanchalik xatolikka yo'l qo'yilgan edi. Bu 2-bosqichning qanchalik buhim ekanligini ko'rsatadi. Lekin 1-bosqich 2-bosqichga qaraganda unchalik muhim emas ekanda degan xulosa chiqarish yaramaydi. 1-bosqichni tashlab yuborilsa, qanday noto'g'ri natijaga kelib qolish mumkinligini ko'rsatuvchi misol ko'rsatamiz.

Teorema. Har qanday natural n da $2n+1$ juft sonidir.

Isbot. $n=k$ da teorema o'rinli, ya'ni $2k+1$ juft bo'lsin, bu holda $2(k+1)+1$ soni ham juft bo'lishini isbotlaymiz. Haqiqatan



$2(k+1)+1=2k+2+1=(2k+1)+2$ farazga ko‘ra $2k+1$ juft, shu sababli uning juft son 2 bilan yig‘indisi, juft. Teorema isbotlandi.

Agar biz teoremani $n=1$ da to‘g‘riligini unutmaganimizda edi bunday xulosaga kelmas edik. Demak, Matematik induksiya metodi bilan biror tasdiqni to‘g‘riligini isbotlashda, albatta 2 ta bosqichni qo‘llash kerak.

Adabiyotlar:

1. Д.О.Шклярский, Н.Н.Ченцов, И.М.Яглом, “Элементар математиканинг танланган масалалари ва теоремалари” I қисм, физматгиз, М.1959
2. Е.С.Кочетков, Е.С.Кочеткова – “Алгебра ва элементар функциялар” II қисм. “Ўқитувчи” нашриёти. 1969
3. И.С.Срменский. “Метод математической индукции”. “Наука”, М.1965
4. Н.Я.Виленкин. Индукция. Комбинаторика. Москва. “Просвещение”, 1976.
5. Р.И.Искандаров, Р.Назаров. “Алгебра ва сонлар назарияси”. Ўқитувчи нашриёти. Т.1977
6. В.Аbdurahmonov. Matematik induksiya metodi/ Toshkent, 2008 y.
7. Sh.N.Ismailov. Sonlar nazariyasi / Toshkent, 2008 y.



YUQORI SINIF O'QUVCHILARIDA UMUMMANTIQUIY FAOLIYAT USULLARINING SHAKLLANGANLIGINI ANIQLASH BO'YICHA TAJRIBA-SINOV NATIJALARI HAQIDA

A.S. Nishonboyev, Farg'ona davlat universiteti katta o'qituvchisi

Ushbu maqolada algebra va analiz asoslari fanini o'qitish jarayonida o'quvchilarda umum mantiqiy faoliyat usullarini shakllanganligini aniqlash mezonlari va darajalari, ularni aniqlashda foydalanadigan metodikalar hamda o'tkazilgan tajriba-sinov metodikasi va natijalari bayon qilingan.

Kalit so'zlar: *umum mantiqiy faoliyat usullari; shakllanganlik darajalari, tajriba-sinov*

В данной статье описаны критерии и уровни сформированности у учащихся общелогических приемов деятельности, методы их определения, а также методика и результаты проведенных экспериментов в процессе обучения алгебре и началам анализа

Ключевые слова: *общелогические приёмы деятельности, степени сформированности, эксперимент*

This article describes the criteria and levels of development of students' general logical methods of activity, methods for determining them, as well as the methodology and results of experiments conducted in the process of teaching algebra and the principles of analysis.

Keywords: *general logical methods of activity, degrees of development, experiment*

Oldingi maqolalarda [4,5] o'quvchilarda umum matematik faoliyat usullari, ularni shakllantirishning pedagogik-psixologik asoslari va umum matematik faoliyat usullarini shakllantirish modeli ishlab chiqilgan edi.



Maktab o'quvchilarining umummatematik faoliyat usullarining ajralmas qismi bo'lgan umum mantiqiy faoliyat usullari haqida tasavvurga ega bo'lishini va ularni egallash darajalarini aniqlash maqsadida [1, 2, 3] va boshqa psixologlar tomonidan ishlab chiqilgan metodikalar foydalanildi.

Nazariy tadqiqotlar natijasida bu faoliyat usullarini shakllanganlik darajalari aniqlashtirildi.

Mezonlar sifatida o'quvchining konkret umum mantiqiy faoliyat usuliga ta'rif bera olish qobiliyati va uning bajarilishdagi harakatlarini ketma-ketligini aytib bera olishi; o'quvchining umum mantiqiy faoliyat usullariga mos keluvchi o'quv faoliyat usullarini bajarishi; o'quvchining umum mantiqiy faoliyat usulini yangi holatga o'tkaza olish ko'nikmasi olindi va ularning reproduktiv, empirik-produktiv hamda nazariy produktiv darajalari tavsiflandi. Quyida har bir mezon bo'yicha shakllanganlik darajalari (1-3 jadvallar) keltirildi.

1-jadval

O'quvchining konkret umum mantiqiy faoliyat usuliga ta'rif bera olish qobiliyati va uning bajarilishdagi harakatlarini ketma-ketligini aytib bera olishi darajalari

Reproduktiv: o'quvchi umum mantiqiy faoliyat usuliga ta'rif bera ololmaydi va uning bajarilishdagi harakatlar ketma-ketligini aytib bera ololmaydi;
Empirik produktiv: o'quvchi umum mantiqiy faoliyat usuli va uning bajarilishdagi harakatlar ketma-ketligi haqida tasavvurga ega bo'ladi, o'zining so'zlari bilan gapirib bera oladi;
Nazariy produktiv: o'quvchi konkret umum mantiqiy faoliyat usuliga ta'rif bera oladi va uning bajarilishdagi harakatlar ketma-ketligini aytib bera oladi.



2-jadval

O'quvchining umum mantiqiy faoliyat usullariga mos keluvchi
o'quv faoliyat usullarini bajarishi darajalari

Reproduktiv: o'quvchi o'quv faoliyat usullarini o'qituvchi yordamida va harakatlarning algoritmik ko'rsatmalar bo'yicha bajara oladi;
Empirik produktiv: o'quvchi o'quv faoliyat usullarini o'qituvchi yordamisiz va harakatlarning algoritmik ko'rsatmalarisiz bajara oladi;
Nazariy produktiv: o'quvchi o'quv faoliyat usullarini ongli ravishda bajara oladi.

3-jadval

O'quvchining umum mantiqiy faoliyat usulini yangi holatga
o'tkaza olish ko'nikmasi darajalari

Reproduktiv: o'quvchi usulni namunaga qarab va standart holatda bajara oladi;
Empirik produktiv: o'quvchi usulni standart holatda bajara oladi;
Nazariy produktiv: o'quvchi usulni nostandart holatda ham bajara oladi.

O'quvchilarning umum mantiqiy faoliyat usullarining shakllanganlik darajasini aniqlash maqsadida "Mantiqiy-miqdoriy munosabatlar" metodikasidan foydalanildi. Bu metodikada o'quvchilarga mantiqiy-miqdoriy munosabatlarni aniqlashga qaratilgan 20ta masalani yechish taklif qilinadi.

Bu masalalarning har birida qaysi kattalik katta yoki mos xolda keyingisidan kichik ekanligini aniqlash va natijani chiziq tagiga "A" va "B" kattaliklar orasidagi munosabat ko'rinishida ">" yoki "<" belgilar yordamida yozish taklif qilinadi. Har bir masalani faqat aqlda, og'zaki mumkin qadar tez va xatosiz ishlash kerak.



20 ta masalani yechishga 10 minut beriladi. Bu vaqt o'tishi bilan psixodiagnostik eksperiment to'xtatiladi va bu vaqtni ichida to'g'ri yechilgan masalalar soni aniqlanadi.

“Mantiqiy-miqdoriy munosabatlar” metodikasiga masalalar

- | | |
|--|---|
| 1. A B dan 6 marta katta
B C dan 7 marta kichik
C A | 11. A B dan 3 marta kichik
B C dan 4 marta katta
C A |
| 2. A B dan 10 marta kichik
B C dan 6 marta katta
A C | 12. A B dan 2 marta katta
B C dan 5 marta kichik
A C |
| 3. A B dan 3 marta katta
B C dan 6 marta kichik
A C | 13. A B dan 10 marta kichik
B C dan 6 marta katta
C A |
| 4. A B dan 3 marta katta
B C dan 5 marta kichik
C A | 14. A B dan 5 marta kichik
B C dan 2 marta katta
A C |
| 5. A B dan 3 marta kichik
B C dan 5 marta katta
C A | 15. A B dan 4 marta katta
B C dan 3 marta kichik
C A |
| 6. A B dan 9 marta katta
B C dan 12 marta kichik
C A | 16. A B dan 3 marta kichik
B C dan 2 marta katta
A C |
| 7. A B dan 9 marta katta
B C dan 4 marta kichik
C A | 17. A B dan 4 marta katta
B C dan 7 marta kichik
C A |
| 8. A B dan 3 marta kichik
B C dan 7 marta katta
A C | 18. A B dan 4 marta katta
B C dan 3 marta kichik
C A |
| 9. A B dan 5 marta kichik
B C dan 6 marta katta
C A | 19. A B dan 5 marta kichik
B C dan 8 marta katta
A C |
| 10. A B dan 2 marta kichik
B C dan 8 marta katta
A C | 20. A B dan 7 marta katta
B C dan 3 marta kichik
C A |



Natijalar quyidagicha baholanadi: Har bir to'g'ri yechilgan masala uchun o'quvchilar 0,5 balldan oladi. 20 ta masalani yechganda bitta o'quvchini to'plashi mumkin maksimal ballar yig'indisi 10ga teng bo'ladi. Agar natija butun va yarim sondan iborat sondan tashkil topsa, u holda eng yaqin katta songacha yaxlitlanadi. Masalan, 6,5 balli natija 7,0 ballgacha yaxlitlanadi.

Ummumantiqiy faoliyat usullarining shakllanganlik darajasi o'quvchining to'plagan bali asosida quyidagicha aniqlanadi:

6-10 ball- produktiv nazariy; 3-5 ball- produktiv empirik; 0-2 ball- reproduktiv.

O'quvchilarning umummantiqiy faoliyat usullarini bajarishdagi harakatlarni bilishligini aniqlash maqsadida savolnomalar o'tkazildi. Bu savolnomada o'quvchilarga faoliyat usuli haqidagi tugallanmagan jummalarni to'ldirish, faoliyatni bajarishdagi harakatlarni sanab chiqish taklif etilgan. Shuningdek, o'quvchilardan umumlashtirish haqidagi bilimlari haqida ham savolnoma o'tkazildi.

Tajriba-sinov ishlarida o'quvchilarning matematika bo'yicha og'zaki va yozma ishlari tahlil qilindi. Quyida 10-sinfidagi irratsional tenglamalarga oid mustaqil ishi bo'yicha topshiriq variantini taklif qilamiz:

1) Tenglamani yeching: a) $\sqrt{(3x - 13)^2} = 13 - 3x$;

b) $\sqrt{(2x - 1)^2} = 2x - 1$.

2) Tenglamani yeching:

$$\sqrt{x^2 - 2x - 3} + \sqrt{x^2 + 5x + 4} = 0$$

3) Tenglamani yeching: $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 2 = 0$

Qo'shimcha topshiriqlar:

1) Tenglamalar yechimini tahlil qilish va solishtirish, 1-band tenglamalari uchun xarakterli xususiyatni ajratib ko'rsating; xulosalarni umumlashtiring va aniq mazmundan abstraktlashgan holda, ushbu turdagi tenglamalarni yechishning umumiy formulasini yozing.



2) 2-band tenglamasida ogʻzaki yechimga olib keladigan qonuniyat mavjud, bu qonuniyatni toping va natijalarni umumlashtirib, xulosa chiqaring. Natijalarni ushbu turdagi tenglamalarni yechish uchun umumlashtirilgan formula sifatida taqdim eting.

3) 3-banddagi tenglama qanday turdagi, siz bajargan almashtirishni tavsiflang? Tenglamani yechishning umumlashtirilgan sxemasini yozing.

10-sinf oʻquvchilarida umummantiqiy faoliyat usullarining shakllanganlik darajasini aniqlash maqsadida yuqorida aytilgan metodika asosida 2019-2022 yillarda tajriba sinov ishlari Fargʻona viloyati Fargʻona shahar 13-umumiy oʻrta taʼlim maktabi, Samarqand tumani Bulungʻur tumani 45- umumiy oʻrta taʼlim maktabi, Jizzax viloyati Jizzax shahri 15- umumiy oʻrta taʼlim maktablarida olib borildi. Quyida 2022 yil 2-chorakning boshlanishida 10-sinf oʻquvchilari bilan oʻtkazilgan tajriba sinov ishlari natijasini keltiramiz. Bu yerda nazorat guruhida 112 nafar oʻquvchi, tajriba guruhida 117 nafar oʻquvchi.

Tajriba guruhlarida oʻquv faoliyatini tashkillashtirishning frontal, individual formasi va kichik guruhlarda ishlash shaklidan foydalanildi. Birinchisi yangi, murakkab materialni oʻzlashtirishda, tayanch bilimlarni dolzarblashtirishda, tushunchani taʼrifini oʻzlashtirishda (tenglamaning yangi koʻrinishi) va tushunchani mustahkamlashdagi ogʻzaki ishida ishlatildi. Oʻquv ishning individual formasi oʻzlashtirilgan materialni mustahkamlashda, mustaqil ishlarni bajarishda, mavzu boʻyicha maʼruza, referat tayyorlashda, tadqiqiy ishlarni bajarishda ishlatilgan. Guruhlardagi ish oʻzlashtirilgan materialni umumlashtirish darslarida, isbotlashdagi xatolikni topishda ishlatilgan.

Ummumantiqiy faoliyat usullarini shakllantirish jarayoni, oʻz navbatida 4 ta bosqichda tashkillashtirildi: tayyorlovchi, oʻrgatuvchi, mustahkamlovchi, amaliy. Keyingi bosqichga oʻtish uchun tashxis oʻtkazildi. Birinchidan ikkinchi bosqichga oʻtishda savolnomalar, suhbatlar oʻtkazilgan. Ularni natijalariga koʻra hamma oʻquvchilar



ham umummantiqiy faoliyat usullari ta'riflari yozilgan eslatmalar (analiz, sintez, umumlashtirish, abstraksiyalash, konkretlashtirish), umummantiqiy faoliyat usullarini bajarilish sxemalarini (o'quv faoliyat usullari) tuzishganligi aniqlandi, o'quvchilar qaralayotgan mantiqiy usullar haqida tasavvurga ega ekanliklari, esdalikni mazmunini bayon qila olishini tashxislandi.

Ikkinchidan uchinchi bosqichga va uchinchidan to'rtinchi bosqichga o'tishda mustaqil ishlar, yuqorida aytilgan metodikalar bo'yicha tashxis hamda o'quvchilar bilan suhbat va ularni kuzatish o'tkazildi.

Usullarni o'zlashtirish bo'yicha nazorat mustaqil ish ko'rinishida o'qitishning har bir bosqichida o'tkazildi.

O'quvchilarga nazorat ishi taklif qilindi. Har bir topshiriqning so'ngida quyidagi savol qo'yildi: "Masalani yechish uchun qanday umummantiqiy faoliyat usulidan foydalangansiz?" Bu savolga javob o'quvchilarning umummantiqiy faoliyat usullarini qay darajada egallaganligi va ularni shakllanganlik darajasini aniqlashga qaratilgan.

Tajriba so'ngida olingan natijalarni quyidagi jadvalda aks ettiramiz.

Tajriba-sinov jarayonining so'ngida umummantiqiy faoliyat usullarini shakllanganlik holati

4-jadval

Ummantiqiy faoliyat usullarini shakllanganlik darajasi	Tajriba guruhi (112 o'q.)		Nazorat guruhi (117 o'q.)	
	Tajriba oxirida		Tajriba oxirida	
	O'quv. soni	%	O'quv. soni	%
1. reproduktiv	12	10,71	32	27,35
2. produktiv empirik	55	49,11	60	51,28
3. produktiv nazariy	45	40,18	25	21,37

Jadvalda ko'ringanidek olingan natijalar nazorat guruhlariga nisbatan ancha yuqori. Bu statistik ma'lumotlarga ko'ra tasdiqlanadi. 2-jadvaldagi hisoblar $\chi^2=9,33$ kriteriyni beradi, u esa jadvaldagi



berilishidan $\chi^2=5,99$ erkinlik darajasi 2 bilan kattadir. Bu esa tajriba-sinov so'ngida nazorat guruhi va tajriba guruhlarida umummantiqiy faoliyat usullarini shakllanganlik darajalari orasidagi farq yetarli darajada ekanligiga asos bo'la oladi. Tajriba guruhining deyarli barcha o'quvchilari ikkinchi davrning so'ngida muayyan umummantiqiy faoliyat usuliga ta'rif bera olishdi va uning bajarilish harakatlar ketma-ketligini bayon qila olishdi. Umummantiqiy faoliyat usullarini bajarilish sxemalarini aks etgan o'quv faoliyat usulini ongli ravishda bajarishadi; mantiqiy usullarni nostandart holatlarda bajara olishadi.

Shunday qilib, tajriba guruhidagi o'quvchilarni umummantiqiy faoliyat usullarini shakllanganlik darajalari, umumiy o'zlashtirish bo'yicha taqsimlanishning miqdoriy ko'rsatkichlarining dinamikasi ijobiy natijalarni ko'rsatdi. Tajriba-sinovning natijalari va tajriba-sinov natijalarining statistik qayta ishlovi biz taklif etayotgan metodikaning samarali ekanini tasdiqladi.

Adabiyotlar:

1. Атаханов Р. Математическое мышление и методика определения уровня его развития/Под научной ред. действительного члена РАО, профессора В.В.Давыдова. - Москва - Рига, 2000.-208с.
2. Зак А.З. Как определить уровень развития мышления школьника / А.З. Зак - М.: Знание, 1982. - 96 с.
3. Практикум по общей экспериментальной и прикладной психологии / Под общей редакцией А.А.Крылова .— СПб.: Издательство «Питер», 2000.,-
4. Turgunbayev R.M., Kodirov K.R., Nishonboyev A.S. Matematikani o'qitishda faoliyatli yondashuv va uning ahamiyati// НамДУ Илмий ахборотлари. 2022 №9. 518-523.
5. Turgunbayev R.M., Kodirov K.R., Nishonboyev A.S. O'quvchilarda umummatematik faoliyat usullarini shakllantirish modeli// FarDU. Ilmiy xabarlar. 2023. №2. 294-299b.



ELEMENTAR TRANSSENDENT FUNKSIYALAR HAQIDA

U.T Rajabov, TDPU katta o'qituvchi

Ushbu maqolada ko'rsatkichli, logarifmik, trigonometrik funksiyalarning transsendentligining isbotlari bayon qilinadi.

Kalit so'zlar: *transsendent funksiya, elementar funksiya, ko'rsatkichli funksiya, logarifmik funksiya, trigonometrik funksiya.*

В данной статье приведены доказательства трансцендентности показательных, логарифмических и тригонометрических функций.

Ключевые слова: *трансцендентная функция, элементарная функция, показательная функция, логарифмическая функция, тригонометрическая функция.*

This article presents proofs of transcendence of exponential, logarithmic and trigonometric functions.

Keywords: *transcendental function, elementary function, exponential function, logarithmic function, trigonometric function.*

Ma'lumki, matematik analiz kursida elementar funksiyalar va ularning klassifikatsiyalari beriladi. Asosiy elementar funksiyalardan ko'rsatkichli, trigonometrik va ularga teskari funksiyalarning transsendentligi aytiladi. Ammo bu funksiyalarning transsendentligini isbotlanmaydi, talabalar ixtiyoriga qoldiriladi.

Quyida funksiyalarning transsendentligi tushunchasi va asosiy transsendent funksiyalarning transsendentligining isbotlarini keltiramiz.

Ta'rif [1]. Agar $P(x, y) = 0$ tenglamada $P(x, y)$ funksiya x va y lardan tuzilgan ko'phaddan iborat bo'lsa, u holda berilgan tenglama algebraik tenglama deyiladi.

Agar $y = f(x)$ funksiya biror algebraik tenglamaning yechimi bo'lsa, u algebraik funksiya deyiladi.



Masalan, $y = x^2$ funksiya $P(x, y) = y - x^2$ algebrayik tenglamani qanoatlantiradi. Shuning uchun $y = x^2$ – algebraik funksiya.

Ravshaniki har qanday ratsional funksiya algebraik funksiya bo‘ladi.

$y = x^3$ funksiya $P(x, y) = y^3 - x = 0$ algebrayik tenglamani qanoatlantiradi. Bundan $y = x^{\frac{1}{3}}$ – algebraik funksiya.

Agar $y = f(x)$ funksiya hech qanday algebraik tenglamaning yechimi bo‘lmasa, u transcendent funksiya deyiladi.

Transcendent atamasi lotin tilidagi “transcendens” so‘zidan hosil bo‘lgan va “chegaradan chiquvchi” ma’nosini beradi. Falsafada “xissiy tajriba chegarasidan chiquvchi, tajriba bilan o‘rganib bo‘lmaydi” ma’nolarini beradi [2, 579c.]. Matematikada transscendent funksiya deb qiymatini erкли o‘zgaruvchi va sonlar ustida chekli sondagi algebraik amallar (to‘rtta arifmetik hamda ildiz chiqarish, butun darajaga ko‘tarish) yordamida ifodalab bo‘lmaydigan funksiyalarga aytiladi.

1- teorema. $y = e^x$ transscendent funksiyadir.

Isboti. Teskarisini faraz qilish usulini qullaymiz, ya’ni agar $y = e^x$ funksiya biror algebraik tenglamani qanoatlantirsin desak, bundan ziddiyatga kelishimiz lozim.

Faraz qilaylik $y = e^x$ funksiya $R(x, y) = 0$ algebraik tenglamaning yechimi bo‘lsin. Endi $R(x, y)$ funksiyani y o‘zgaruvchining darajalari kamayish tartibida yozib olamiz :

$$R(x, y) = \alpha(x)y^2 + \beta(x)y^{n-1} + \dots + \gamma(x)y + \delta(x).$$

Bu yerda $n \in \mathbb{N}$ va $\alpha(x), \beta(x), \gamma(x), \dots, \delta(x)$ lar x ga nisbatan ko‘phadlar.

Aytaylik, $\alpha(x) = Ax^m + Bx^{m-1} + \dots$ bo‘lib $A \neq 0$, $m > 0$ bo‘lsa, u holda x ning yetarlicha katta qiymatlarida $\alpha(x)$ ko‘phadning qiymati ∞ ga intiladi. Agar $A \neq 0$, $m = 0$ bo‘lsa, u holda $\alpha(x) = A$ ya’ni $\alpha(x)$ ko‘phad o‘zgarmas songa teng bo‘ladi.



Umumiylikka ziyon yetkazmagan holda, $A > 0$ deb olishimiz mumkin. Farazga ko'ra $y = e^x$ funksiya $R(x, y) = 0$ tenglamaning yechimi, ya'ni

$$R(x, e^x) = 0 \text{ yoki}$$

$$\alpha(x)e^{nx} + \beta(x)e^{(n-1)x} + \dots + \gamma(x)e^x + \delta(x) = 0 \text{ bo'ladi.}$$

Bu yerdan $\alpha(x)$ ni topamiz:

$$\alpha(x) = -\beta(x)e^{-x} - \dots - \gamma(x)e^{-(n-1)x} - \delta(x)e^{-nx}$$

Bundan ko'rinadiki oxirgi tenglikning o'ng tomoni chekli sondagi $S \cdot x^s e^{-kx}$ ($k > 0$) ko'rinishidagi birhadlar yig'indisidan iborat.

Agar x ning qiymati yetarlicha katta bo'lib, o'sib borsa, u holda har bir hadning qiymati 0 ga intiladi va demak, $\alpha(x)$ ko'phad 0 ga intilishi kelib chiqadi. Bu esa $\alpha(x)$ ko'phadning tanlanishiga zid. Hosil qilingan ziddiyat $y = e^x$ funksiyaning transsendent funksiya ekanligini bildiradi. Teorema isbot bo'ldi.

$y = e^x$ funksiya $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) ko'rsatkichli funksiyaning $a = e$ bo'lgandagi xususiy holidir. Umuman olganda 1 – teorema a ning qabul qilishi mumkin bo'lgan barcha qiymatlarida o'rinli bo'ladi.

Haqiqatan, $y = e^x$ funksiya istalgan $x (x \in R)$ uchun aniqlangan. Shuningdek, ixtiyoriy $x \in R$ ni $x = m \ln a$ ($m \in R, a > 0, a \neq 1$) ko'rinishda yozish mumkin, U holda $e^x = e^{m \ln a}$ tenglik o'rinli bo'ladi. Ikkinchi tomondan logarifm xossasiga ko'ra $e^{m \ln a} = a^m$ va $e^x = a^m$ tengliklarga ega bo'lamiz. Bu yerda $a (a \in R)$ birga teng bo'lmagan ixtiyoriy musbat son va m ixtiyoriy haqiqiy son. Demak, $y = a^m$ ($a > 0, a \neq 1$) ko'rsatkichli funksiya transsendent funksiya ekan.

2- teorema. $y = \ln x$ – transsendent funksiyaadir.

Isboti. Teskarisini faraz qilaylik, ya'ni $y = \ln x$ funksiya birorta $R(x, y) = 0$ algebraik tenglamaning yechimi bo'lsin.



U holda

$$R(x, \ln x) = 0 \quad (1)$$

deb yozishimiz mumkin bo'ladi. Shuningdek (1) tenglama

$$R(e^y, y) = 0 \quad (2)$$

tenglamaga teng kuchli.

Haqiqatan ham, ko'rsatkichli va logarifmik funksiyalarning xossalriga ko'ra: $y = \ln x \Leftrightarrow e^y = e^{\ln x}$ yoki $x = e^y$ tengliklar o'rinli.

Tenglamalarning teng kuchlilik shartidan (2) tenglamaning yechimga ega ekanligi kelib chiqadi. Shuningdek, 1- teoremaning isbotidan (2) tenglama yechimga ega emasligi ravshan.

Bu hosil bo'lgan ziddiyat farazimizning noto'g'ri ekanligini ko'rsatadi. Demak, $y = \ln(x)$ funksiya birorta ham algebraik tenglamaning yechimi bo'lmaydi va uning transsendent funksiya ekanligi kelib chiqadi. Teorema isbot bo'ldi.

3-teorema [3]. Trigonometrik funksiyalar transsendent funksiyalardir.

Isboti. $y = \cos x$ funksiya uchun isbotlaymiz. Teskarisini faraz qilamiz, ya'ni $P(x, \cos x) = 0$ shartni qanoatlantiruvchi $P(x, y)$ ko'phad mavjud bo'lsin. Bu ko'phadni x ning darajalari bo'yicha tartiblab yozamiz:

$$P(x; y) \equiv P_n(y)x^n + P_{n-1}(y)x^{n-1} + \dots + P_1(y)x + P_0(y) \quad (3)$$

bu yerda $P_n(y), \dots, P_0(y)$ lar y argumentga nisbatan ko'phadlar:

$$\left. \begin{aligned} P_n(y) &= C_k y^k + C_{k-1} y^{k-1} + \dots + C_0, \\ P_{n-1}(y) &= d_e y^e + d_{e-1} y^{e-1} + \dots d_0, \\ &\dots \dots \dots \\ P_0(y) &= g_s y^s + g_{s-1} y^{s-1} + \dots + g_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Aytaylik, m soni $[-1;1]$ kesmadan olingan ixtiyoriy son bo'lsin. $y = \cos x$ funksiya davriy bo'lganligi sababli, m qiymatni x ning $x = \pm \arccos m + 2k\pi, k \in Z$, cheksiz ko'p qiymatlarida qabul qiladi.

Ikkinchi tomondan, (3) ifodada $y = m$ ni qo'yib, $P_n(m)x^n + P_{n-1}(m)x^{n-1} + \dots + P_1(m)x + P_0(m) = 0$ n -darajali tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglama cheksiz ko'p yechimga ega. Bu esa $P_n(m) = P_{n-1}(m) = \dots = P_1(m) = P_0(m) = 0$ shartdagina o'rinli bo'ladi. Bundan $P_n(y) = 0, P_{n-1}(y) = 0, \dots, P_1(y) = 0$ va $P_0(y) = 0$ tenglamalar uchun ixtiyoriy $m \in [-1;1]$ ildiz bo'lishi kelib chiqadi. Bu esa (3) ko'phadlar nol-ko'phad bo'lgandagina o'rinli. U holda $P(x; y)$ ko'phad ham nol-ko'phad bo'ladi.

Demak, $\cos x$ funksiya hech qanday algebraik tenglamani qanoatlantirmaydi, ya'ni transsendent funksiyadir.

Xuddi shunga o'xshash, boshqa trigonometrik funksiyalarning ham transsendentligi isbotlanadi.

Demak, trigonometrik funksiyalarni argumentga chekli sondagi algebraik amallarni tatbiq etish yo'li bilan hosil qilingan formula yordamida ifodalab bo'lmaydi.

Xuddi 2-teorema isbotidagi kabi mulohazalar yuritib, teskari trigonometrik funksiyalarning ham transsendentligini isbotlash mumkin.

Adabiyotlar:

1. Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Начала анализа. М.: «Наука», 1990.-608с.
2. Философский словарь. Под. Ред. И.Т.Фролова. М.: «Республика». -2001.-720с.
3. Новоселов С.И. Специальный курс тригонометрии. М.: «Высшая школа», -1967.-536с. (https://www.mathedu.ru/text/novoselov_specz_kurs_trigonometrii_1967/p214/)



GEOMETRIYADAN OLIMPIADA MASALALARINI YECHISH USULLARI

G.A.Rasulova, QDPI Pffd (PhD) dotsent,
Qodirova Mardona Xalimjon qizi, QDPI 3-bosqich talabasi

Ushbu maqolada matematika fan olimpiadasi masalalari yechimlarini aniqlashda vujudga keladigan qiyinchiliklar va ularni bartaraf qilishga doir masalalar yechib ko'rsatilgan.

Tayanch so'zlar: kvadrat, mediana, soha yuzi, aylana, uchburchak balandliklari, perpendikulyar, uchburchakka ichki va tashqi chizilgan aylanalari.

В данной статье обсуждаются трудности, возникающие при определении решений задач олимпиады по математике и вопросы, связанные с их устранением.

Ключевые слова: квадрат, медиана, площадь поверхности, круг, высоты треугольника, перпендикуляр, окружности, проведенные внутри и снаружи треугольника.

This article discusses the difficulties that arise when determining solutions to problems at the Mathematics olympiad and issues related to their elimination.

Key words: square, median, surface area, circle, altitudes of a triangle, perpendicular, circles drawn inside and outside a triangle.

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyevning 2020 yil 7 maydagi PQ-4708-son "O'zbekistonda matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi qaroriga muvofiq O'zbekistonda matematika 2020 yildagi ilm-fanni rivojlantirishning ustuvor yo'nalishlaridan biri sifatida belgilanishi, o'tgan davr ichida matematika ta'limini yangi sifat bosqichiga olib chiqishga qaratilgan qator tizimli ishlar amalga oshirildi.



Ta'lim tizimini rivojlangan mamlakatlar darajasiga olib chiqish va shu orqali mamlakatimizda matematika ta'limi samaradorligini oshirishga erishish eng dolzarb muammolardan biriga aylanib qoldi. Bizga ma'limki, maktab, AL, KHK o'quvchilari hamda OTM talabalari o'rtasida har yili fan olimpiadalari, shu jumladan, matematika fan olimpiadasi ham o'tkaziladi. Olimpiada ishtirokchilarining ijodiy faolligini o'strishda, tafakkur jarayonini shakllantrishda mantiqiy fikrlash hamda matematikadan murakkab, nostandart masalalarni yechish alohida ahamiyat kasb etadi [1].

Olimpiada masalalarini yechish o'quvchidan chuqur va mustahkam bilim talab etadi. Bunday bilimni egallash uchun har bir o'quvchi darsliklar bilan cheklanib qolmasdan qo'shimcha adabiyotlardan ham foydalanishi, mantiqiy fikrlashni oshirishi zarur.

Ushbu maqolada matematika fan olimpiadasi masalalari yechimlarini aniqlashda vujudga keladigan qiyinchiliklar va ularni bartaraf qilishga doir masalalar yechib ko'rsatilgan.

1-masala. Uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi 15 ga teng. Bu radius uchburchakning bir tomonini 26 va 25 ga teng bo'lgan kesmalarga ajratadi. Uchburchakning qolgan tomonlari uzunliklarini toping.

$$AB = ? \quad AC = ? \quad r = 15$$

$$r = \frac{2S}{a+b+c}$$

$$p = \frac{x+26+51+x+25}{2} = x+51$$

$$S = \sqrt{(x+51) \cdot 25 \cdot 26 \cdot x} \text{ -Geron}$$



$$15 = \frac{2 \cdot \sqrt{(x+51) \cdot 25 \cdot 26 \cdot x}}{2x+102}$$

$$15(x+51) = \sqrt{(x+51) \cdot 25 \cdot 26 \cdot x}$$

$$3(x+51) = \sqrt{(x+51) \cdot 26 \cdot x}$$

$$9(x+51)^2 = (x+51) \cdot 26 \cdot x$$

$$9(x+51) = 26x$$

$$17x = 459$$

$$x = 27$$

$$AB = 26 + x = 53$$

$$AC = 25 + x = 52$$

Javob: $AB = 53$, $AC = 52$

2-masala. Teng yonli to'g'ri burchakli uchburchak gipotenuzasi 45 ga teng. Unga to'g'ri to'rtburchak shunday ichki chizilganki, to'g'ri to'rtburchakning ikki uchi uchburchak gipotenuzasida qolgan ikki uchi katetlarda yotadi. Agar to'g'ri to'rtburchak tomonlari 5:2 nisbatda bo'lsa, uning perimetrini toping [2, 341].

Bu masalani 2 xil xolatda ishlash mumkin.

1-hol.

$$C = 45, \quad 5:2 \text{ nisbat}$$

$$2x = 5x + 2x = 45$$

$$9x = 45$$

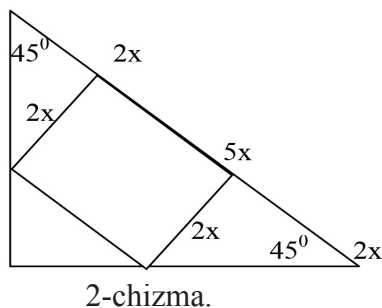
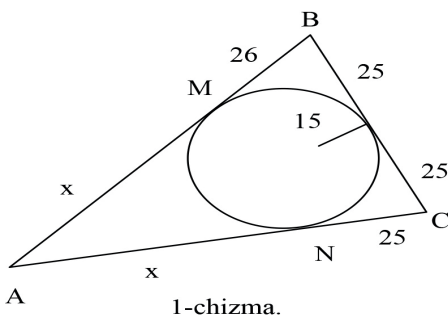
$$x = 5$$

$$5x = 5 \cdot 5 = 25$$

$$2x = 2 \cdot 5 = 10$$

$$P = 2 \cdot (25 + 10) = 70$$

Javob: $P = 70$



2-hol.

$$c = 45, \quad 5:2 \text{ nisbat}$$

$$5x + 2x + 5x = 45$$

$$12x = 45$$

$$x = \frac{15}{4} = 3,75$$

$$P = 2 \cdot (5x + 2x) = 14x = 14 \cdot \frac{15}{4} = 7 \cdot \frac{15}{2} = 52,5$$

Javob: $P = 52,5$

3-masala. $\angle CAH + \angle FAH + \angle GAH = ?$

Berilgan 4-chizma bo'yicha masalani yeching.

Bu masalalarni ham 2 xil holatda ishlash mumkin.

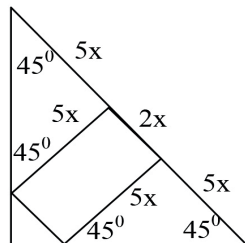
1-hol. ABCD kvadrat uchun AC diagonal vazifasida kelyapti. Demak, $\angle CAH = 45^\circ$.

$$\angle FAE \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$$

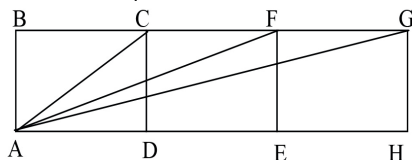
$$\angle GAH = \beta \Rightarrow \operatorname{tg} \beta = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}, \quad \beta = \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$$

$$\angle FAE = \angle FAH$$

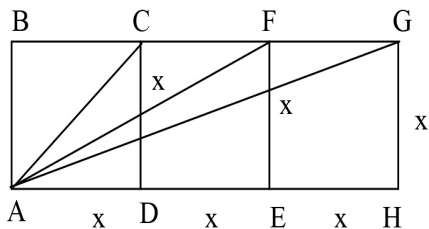
$$\alpha + \beta = \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$$



3-chizma



4-chizma.



5-chizma.



Demak, AFK uchburchak to'g'ri burchakli uchburchakdir. (Teng yonli ham) [3, 243].

4-masala. Muntazam uchburchak ichidan olingan nuqtadan uchburchak uchlorigacha bo'lgan masofalar 3,4,5 bo'lsa, uchburchak tomonini toping [4, 306].

Bu masalani ishlashda ixtiyoriy uchburchak chizib olamiz va uni har bir tomoni bo'yicha simmetrik ko'rsatamiz.

ABC mustazam uchburchak $\alpha + \beta = 60^\circ$.

Demak, $\angle EBK = 120^\circ$.

$EK = x$ deb olib $\cos$.lar teoremasini qo'llaymiz.

$$x = 4\sqrt{3}$$

$$x^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$$

KCL va EAL uchburchaklar ham teng yonli uchburchak va uchidagi burchagi 120° bo'lgani uchun

$EL = 3\sqrt{3}$ va $KL = 5\sqrt{3}$ ga teng.

Demak, KEL uchburchak to'g'ri burchali uchburchak.

Ma'lumki, $\angle BEA = 150^\circ$.

Uchburchak AEB uchburchak uchun $\cos$.lar teoremasini qo'llaymiz.

$$AB^2 = AE^2 + EB^2 - 2AE \cdot EB \cos 150^\circ$$

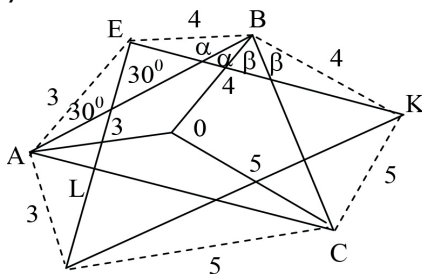
$$AB^2 = 25 + 2\sqrt{3}$$

$$AB = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$$

$$\text{Javob: } AB = BC = AC = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$$

5-masala. Berilgan 8-chizma bo'yicha masalani yeching.

$$S_{BDEC} = 8, \quad S_{ABC} = ?$$



7-chizma.



$$AB = 7, \quad AD = 4$$

$$AC = 8, \quad AE = 6$$

$$1\text{-hol.} \quad \begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \sin \alpha \\ S_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 14$$

$$8 = 16 \sin \alpha$$

$$S_{ABC} - S_{ADE} = 2 \sin \alpha - 12 \sin \alpha$$

Javob: 14

$$2\text{-hol.} \quad \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \sin \alpha}{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \sin \alpha} = \frac{7}{3}$$

$$S_{ABC} = 7S, \quad S_{ADE} = 3S$$

$$7S - 3S = S_{BDEC}$$

$$4S = 8$$

$$S = 2$$

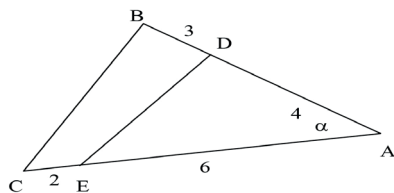
$$S_{ABC} = 7S = 7 \cdot 2 = 14$$

Javob: 14

Mustaqil yechish uchun mashqlar

1. ABC uchburchakda A, B va C burchaklar kattaligi 4:2:1 nisbatta bo'lsa, uning tomonlari uchun $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ tenglik o'rinli bo'lishini isbotlang.

2. R va r radiusli ikkita aylana o'zaro tashqi urinadi va umumiy urinmaga ega. Hosil bo'lgan egri chiziqli uchburchakka ichki chizilgan aylananing radiusini toping.



8-chizma.

3. ABC uchburchakning tomonlari $a^2 + b^2 = 5c^2$ munosabat bilan bog'langan bo'lsa, uning ikkita medianasi perpendikulyar bo'lishini isbotlang.

4. Agar $S - ABC$ uchburchakning, $S_1 - ABCD$ paralelogrammning yuzi bo'lsa, quyidagi tengliklarni isbotlang:

$$a) S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (AB \cdot AC)^2};$$

$$b) S_1 = \sqrt{AB^2 \cdot AD^2 - (AB \cdot AD)^2}.$$

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, mazkur maqola maktab, AL, KHK o'quvchilari hamda OTM talabalari o'rtasidagi matematika fan olimpiadasiga tayyorgarlik ko'ruvchilar uchun mo'ljallangan bo'lsada, undan matematikadagi bilimlarini yanada chuqurlashtirish va mustahkamlashtirmoqchi bo'lgan har bir qiziquvchi o'quvchi va talabalar foydalanishi mumkin [5].

Ushbu maqola matematika faniga qiziquvchilarga hamda olimpiadaga tayyorgarlik ko'rayotgan o'quvchi va talabalarga ma'qul bo'ladi deb o'ylaymiz.

Adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Sh.M.Mirziyoyevning 2020 yil 7 maydagi PQ-4708-son "O'zbekistonda matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida"gi qarori. Chiqish ma'lumotlari.

2. B.K.Kamolov, N.B.Kamalov "Matematikadan bilimlar bellashuvi va olimpiada masalalari", -Urganch: "Quvanchbek-Mashxura" MCHJ nasriyoti, 2018. 341- bet.

3. H.Norjigitov, A.X.Nuraliyev "Matematikadan olimpiada masalalari", Toshkent, 2020. 243-bet

4. Obid Karimiy "Planimetriyadan masalalar to'plami". Toshkent "O'qituvchi" 1965 yil, 306-bet.

5. Fizika, matematika va informatika ilmiy uslubiy jurnal, 1/2017 soni Toshkent 2017 yil.



MATRITSAVIY KO'PHADLARNI HISOBLASH

Sh. X. Zikiryayev, Samarqand davlat arxitektura-qurilish universitet, "Ijtimoiy va tabiiy fanlar" kafedrası dotsenti
B.A.Mardonov, SamD arxitektura-qurilish universiteti,
"Ijtimoiy va tabiiy fanlar" kafedrası katta o'qituvchisi

Mazkur maqolada oliy o'quv yurti talabalari uchun foydali bo'lgan ma'lumotlar keltirilgan bo'lib, unda matritsalarning xarakteristik tenglamasini hisoblash, xos sonlari va vektorlarini topish, matritsaviy ko'phadlarni hisoblash usullari, kerakli formulalar keltirilgan. Bu ma'lumotlardan muhandislik masalalarini hisoblashda foydalanish mumkin.

Tayanch so'zlar: *matritsa, xarakteristik tenglama, xos son, xos vektor, matritsaviy ko'phad.*

Данная статья содержит полезную информацию для студентов высшего учебного заведения, в нее входит расчет характеристического уравнения матриц, нахождение собственных значений и векторов, методы расчета матричных полиномов, необходимые формулы. Эту информацию можно использовать для расчета инженерных задач.

Ключевые слова: *матрица, характеристическое уравнение, характеристическое число, характеристический вектор, матричный полином.*

This article contains useful information for students of a higher educational institution, it includes the calculation of the characteristic equation of matrices, finding eigenvalues and vectors, methods for calculating matrix polynomials, and the necessary formulas. This information can be used to calculate engineering problems.

Key words: *matrix, characteristic equation, eigenvalues, eigenvectors, matrix polynomial.*



Matritsaviy ko'phadlar chiziqli algebra va matematik analizda muhim ahamiyatga ega. Ular matritsa ko'rinishidagi tenglamalar va sistemalardan bo'g'liq bo'lgan turli masalalarni yechishga imkoniyat beradi. Matritsaviy ko'phadlar dinamik tizimlarni modellash va tahlil qilish uchun ishlatiladi. Ular vaqt o'tishi bilan tizimning hatti-harakatlarini tavsiflash va uning kelajakdagi holatini bashorat qilish imkonini beradi.

Matritsaviy ko'phadlarni hisoblashdan oldin matritsaning xarakteristik tenglamasi, xos soni va vektorini topish masalasini qaraymiz.

$$\text{Noldan farqli } \vec{x} \text{ vektor uchun } A\vec{x} = \lambda\vec{x} \quad (1)$$

tenglik bajarilsa, u holda λ son A kvadrat matritsaning xos soni deyiladi. Bu tenglikni qanoatlantiradigan har qanday noldan farqli $\vec{x}$ vektor A matritsaning λ xos soniga mos keladigan xos vektori deyiladi. (1) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$A\vec{x} - \lambda\vec{x} = 0, (A - \lambda E)\vec{x} = 0 \quad (2)$$

$$\det(A - \lambda E) = 0 \quad (3)$$

(3) tenglik A matritsaning xarakteristik tenglamasi deyiladi. Bu yerda E matritsa o'lchami A matritsaning o'lchami bilan bir xil bo'lgan birlik matritsa [1,2].

1-misol. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ matritsaning xos soni va xos vektorini toping.

Yechilishi. $\begin{vmatrix} 3-\lambda & 2 \\ 1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$ – bu A matritsaning xarakteristik

tenglamasi deyiladi. Bu tenglamani yechsak $(3-\lambda)(2-\lambda) - 2 = 0$

$$6 - 3\lambda - 2\lambda + \lambda^2 - 2 = 0$$

$$\lambda^2 - 5\lambda + 4 = 0 \quad \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4.$$



$P_n(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 4$ - matritsaning xos ko'phadi deyiladi.

A matritsaning xos sonlarini (2) tenglikka qo'yamiz:

1-holat. $\lambda_1 = 1$ bo'lsin.
$$\begin{pmatrix} 3-1 & 2 \\ 1 & 2-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \quad x_1 = -x_2 \quad x_2 = 1 \quad \text{da} \quad x_1 = -1$$

Demak, $\lambda_1 = 1$ xos soni uchun xos vektor $\vec{x}(-1, 1)$.

2-holat. $\lambda_2 = 4$ bo'lsin.
$$\begin{pmatrix} 3-4 & 2 \\ 1 & 2-4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 0 \\ x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases}$$

$x_1 = 2x_2$. $x_2 = 1$ da $x_1 = 2$.

Demak, $\lambda_2 = 4$ xos soni uchun xos vector $\vec{x}(2, 1)$.

A matritsaning butun musbat darajalari quyidagicha aniqlanadi:

$$A^0 = E, \quad A^1 = A, \quad A^n = A^{n-1} \cdot A.$$

$D = T^{-1} \cdot A \cdot T$ - A matritsaga mos diagonal matritsa. T matritsa o'tish matritsasi deyiladi. U holda $A = T \cdot D \cdot T^{-1}$ bo'ladi. A matritsaning darajalari uchun quyidagi xossalr o'rinni:

I. $A^2 = (T \cdot D \cdot T^{-1})(T \cdot D \cdot T^{-1}) = T \cdot D \cdot (T^{-1} \cdot T) \cdot D \cdot T^{-1} = TD^2T^{-1}.$

II. $A^n = TD^nT^{-1}.$

III. $A^n + A^m = TD^nT^{-1} + TD^mT^{-1} = T(D^n + D^m)T^{-1}.$

IV. $\alpha A^n + \beta A^m = \alpha TD^nT^{-1} + \beta TD^mT^{-1} = T(\alpha D^n + \beta D^m)T^{-1}.$

n - darajali ko'phad berilgan bo'lsin:

$$P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0.$$

A matritsaning ko'phadi deb quyidagi matritsaga aytiladi:

$$P_n(A) = a_n A^n + a_{n-1} A^{n-1} + \dots + a_1 A + a_0 E,$$

bu yerda darajalar butun musbat sonlar, E – birlik matritsa.

Ko'phadlar uchun aniqlangan barcha algebraik amallar matritsaviy ko'phadlar uchun ham aniqlangan. $P_n(\lambda)$ – matritsaning xos ko'phadi bo'lsa, u holda $P_n(A) = 0$ bo'ladi [3].

2-misol. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. $P_n(x) = 4x^2 + 4x + 1$ bo'lsa, $P_n(A)$ ni hisoblang.

1-usul.

$$\begin{aligned} P_n(A) &= 4A^2 + 4A + 1 = 4 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^2 + 4 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= 4 \begin{pmatrix} 11 & 10 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 44 & 40 \\ 20 & 24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 57 & 48 \\ 24 & 33 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

2-usul.

$$\begin{aligned} P_n(A) &= 4A^2 + 4A + 1 = (2A + 1)^2 = \left(2 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 = \\ &= \left(\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^2 = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 57 & 48 \\ 24 & 33 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$



3-usul. A matritsaning xos vektorlaridan o'tish matritsasini tuzamiz:

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad T \text{ matritsaga teskari matritsani topamiz:}$$

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$D = T^{-1} \cdot A \cdot T$ tenglikdan D diagonal matritsani tuzamiz:

$$D = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Demak, diagonal matritsaning diagonal elementlari A matritsanng xos sonlaridan iborat ekan. Matritsaviy ko'phadni hisoblashda quyidagi tenglikdan foydalanamiz:

$$P_n(A) = T \cdot f(D) \cdot T^{-1},$$

bu yerda $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{pmatrix}$, $f(D) = \begin{pmatrix} P_n(d_1) & 0 \\ 0 & P_n(d_2) \end{pmatrix}$. (4)

$$P_n(A) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 81 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 162 \\ 9 & 81 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 57 & 48 \\ 24 & 33 \end{pmatrix}.$$

3-misol. Yuqoridagi hisoblashlardan foydalanib, $P_n(x) = 2x^6 + 4x^4 + x$ ko'phad uchun $P_n(A)$ ni hisoblang. Bu yerda $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\text{Yechish. } P_n(A) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 9220 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -7 & 18440 \\ 7 & 9220 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6149 & 6142 \\ 3071 & 3078 \end{pmatrix}$$

4-misol. $P_n(x) = 2x^5 + 4x^3 + x^2$ ko'phad berilgan. $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ bo'lsa, $P_n(A)$ ni hisoblang.

$$\text{Yechish. } \begin{vmatrix} 4-\lambda & 0 & 1 \\ -2 & 1-\lambda & 0 \\ -2 & 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} = 0 - \text{xarakteristik tenglamani}$$

tuzamiz.

$$(4-\lambda)(1-\lambda)(1-\lambda) + 2(1-\lambda) = 0$$

$$(1-\lambda)(4-4\lambda-\lambda+\lambda^2+2) = 0$$

$$\lambda_1 = 1, \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0, \quad \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 3.$$

$$\text{U holda diagonal matritsa } D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$



$\lambda_1 = 1$ uchun (2) tenglikdan xos vektorni topamiz:

$$\begin{cases} 3 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + x_3 = 0 \\ -2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 0 \\ -2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$\lambda_2 = 2$ uchun (2) tenglikdan xos vektorni topamiz:

$$\begin{cases} 2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + x_3 = 0 \\ -2 \cdot x_1 - x_2 + 0 \cdot x_3 = 0 \\ -2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = 0 \end{cases}, \begin{pmatrix} x_1 = -x_3/2 \\ x_1 = -x_2/2 \\ x_1 = -x_3/2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

$\lambda_3 = 3$ uchun (2) tenglikdan xos vektorni topamiz:

$$\begin{cases} x_1 + 0 \cdot x_2 + x_3 = 0 \\ -2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 = 0 \\ -2 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = 0 \end{cases}, \begin{pmatrix} x_1 = -x_3 \\ x_1 = -x_2 \\ x_1 = -x_3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Xos vektorlardan o'tish matritsasini tuzamiz:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T \text{ matritsaga teskari matritsani topamiz: } T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 f(D) \text{ ni hisoblaymiz: } f(D) &= \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 603 \end{pmatrix} \\
 P_n(A) = T \cdot f(D) \cdot T^{-1} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 603 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 100 & -603 \\ 7 & -200 & 603 \\ 0 & -200 & 603 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1106 & 0 & 503 \\ -1006 & 7 & -410 \\ -1006 & 0 & -403 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Python yordamida diagonalizatsiya va matritsalarini darajaga ko'tarish operatsiyalarini avtomatlashtirish orqali natijalarni tez va aniqlik bilan olish mumkin. Quyida python dasturida matritsaning xos soni, xos vektori va darajasini hisoblash dasturi keltirilgan:

```

import numpy as np
# Berilgan matritsa
A = np.array([[4, 1],
              [2, 3]])
# Matritsaning xos sonlari va xos vektorlarini topish
eigenvalues, eigenvectors = np.linalg.eig(A)
# Xos sonlar (diagonal elementlar uchun)
Lambda = np.diag(eigenvalues)
# Xos vektorlar (P matritsasi)
P = eigenvectors
# P matritsasining teskari matritsasi
P_inv = np.linalg.inv(P)
# Matritsaning 5-darajasini hisoblash

```

```
n = 5
A_power_n = P @ np.linalg.matrix_power(Lambda, n) @ P_inv
# Natijalarni chiqarish
print("Asosiy matritsa A:")
print(A)
print("\nXos sonlar (diagonal matritsa):")
print(Lambda)
print("\nXos vektorlar (P matritsasi):")
print(P)
print(f"\nA matritsasining {n}-darajasi:")
print(A_power_n)
```

Adabiyotlar:

1. M.Isroilov. Hsoblash usullari. O‘zbekiston nashriyoti. 2003 yil.
2. B.X.Xo‘jayorov. Qurilish masalalarini sonli yechish usullari. O‘zbekiston nashriyoti. 1995 yil.
3. Anton Howard, “Elementary Linear Algebra”, 2000 year.
4. Golub, Gene H., and Charles F. Van Loan. *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 2013.
5. Strang, Gilbert. *Linear Algebra and Its Applications*. Cengage Learning, 2016.



MATEMATIK ANALIZNI O'QITISHDA RIVOJLANTIRUVCHI TESTLARDAN FOYDALANISH

R.M Turgunbayev, *Nizomiy nomidagi TDPU, professor*
Sh.S. Odilova, *NavDPI, tayanch doktorant*

Maqola bo'lg'usi matematik analiz fanining "Sonlar ketma-ketligi" mavzusini o'qitish jarayonida talabalarining umummatematik ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladigan test topshiriqlarini ishlab chiqish usullariga bag'ishlangan, test namunalari va ularga sharxlar keltirilgan.

Kalit so'zlar: matematik analiz, sonlar ketma-ketligi, umummatematik faoliyat usullari, umummatematik ko'nikmalar, test topshiriqlari.

Статья посвящена методике разработки тестовых заданий, служащих формированию общематематических умений студентов в процессе обучения темы «Последовательности чисел» математического анализа, представлены образцы тестов и комментарии к ним.

Ключевые слова: математический анализ, последовательность чисел, приёмы общематематической деятельности, общематематические умения, тестовые задания.

The article is devoted to the methodology of developing test tasks that serve to form general mathematical skills of students in the process of learning the topic "Sequences of numbers" of mathematical analysis, test samples and comments to them are presented.

Keywords: mathematical analysis, sequence of numbers, techniques of general mathematical activity, general mathematical skills, test tasks.

Oliy ta'limning zamonaviy standartlarida auditoriya soatlarining qisqarishi, talaba mustaqil ishi hajmining oshishi tendensiyalari



kuzatilmoqda. Masalan, 60540100 – Matematika bakalavriat ta'lim yo'nalishining amaldagi o'quv rejasiga ko'ra, "Matematik analiz" fanini o'rganish uchun 720 o'quv soati nazarda tutilgan, shundan 330 soati auditoriya soatini tashkil etadi. Shunday sharoitda talabalarning fanlarni o'zlashtirishini boshqarishda, ulardagi oldingi ta'lim bosqichiga xos bo'shliqlarni to'ldirishga yordam beradigan metodika va vositalarni ishlab chiqish dolzarb hisoblanadi. Birinchi kurs talabalarida kuzatiladigan asosiy bo'shliqlarga umummatematik ko'nikmalarning (ta'rif, teorema, teoremlar isboti matnlari bilan ishlash bo'yicha ko'nikmalari) yetarli darajada shakllanmaganligidir. Talabalarda ta'rif, teorema, teorema isbotlari bilan ishlashi ko'nikmalarini shakllantirish uchun bu ko'nikmalarga mos faoliyat usullari haqida ma'lumotlar berish va shu usullarni amalda qo'llash uchun topshiriqlar ishlab chiqish lozim [1]. Umummatematik faoliyat usullarini shakllantirish maqsadida savollar, yordamchi masalalar metodlari va vositalari [2] adabiyotlarda qaralgan. Ushbu maqolada rivojlantiruvchi testlarni tuzish va ularga namunalar keltiramiz.

Odatda o'qitish jarayonida ishlatiladigan testlar pedagogik testlar deb atalib, ular ko'proq ta'lim oluvchilar bilimi va ko'nikmalarini nazorat qilish va baholash maqsadlarida ishlatiladi. Bunda ko'p hollarda faqat bitta javobi to'g'ri bo'lgan yopiq testlardan foydalaniladi.

Ko'p hollarda test topshirig'ida masalalar beriladi, to'g'ri javobni

tanlash kerak. Masalan, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$ limitni toping.

- A) e B) e^3 C) $\sqrt{e}$ D) $e^{3/2}$

N a z a r i y materiallarga asoslangan test to'pshiriqlar esa (berilgan jumlar orasidan ta'rif, teorema to'g'ri bayonini topish) xotirani tekshirishga asoslangan. Masalan,

Ketma-ketlik limitga berilgan to'g'ri javobni ko'rsating.



A) Agar ixtiyoriy ε musbat son uchun shunday N nomer topilib barcha $n > N$ larda $|a_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a soni $\{a_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

B) Agar ixtiyoriy ε musbat son uchun shunday N nomer topilib $n > N$ larda $|a_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a soni $\{a_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

C) Agar ε musbat son uchun shunday N nomer topilib barcha $n > N$ larda $|a_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a soni $\{a_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

D) Agar ixtiyoriy ε son uchun shunday N nomer topilib barcha $n > N$ larda $|a_n - a| < \varepsilon$ tengsizlik bajarilsa, a soni $\{a_n\}$ ketma-ketlikning limiti deyiladi.

Biror mavzu bo'yicha rivojlantiruvchi test deganda talabalarning fanning standarti darajasida o'zlashtirgan bilim, ko'nikma va malakalaridan foydalanib, shu mavzu bilan bog'liq subyektiv yangi bilimlarga yoki ushbu bilimlarni topish usullarini bilishga qaratilgan testlarni tushinamiz. Rivojlantiruvchi testlar bilimlarni o'zlashtirish, kognitiv va muammoli masalalardan farqli o'laroq, har doim ham qidiruv faoliyati bilan bog'liq emas, balki ko'proq u yoki bu aqliy operatsiyani (mavjud bilimlardan to'g'ri xulosa va umumlashtirish, tushunchalar va ular orasidagi aloqalarni, munosabatlari ko'rib chiqish va hokazo) shakllantirishga, "ongda harakat qilish" qobiliyatini rivojlantirishga qaratilgan.

Bunday testlar bevosita talabalarning umummatematik ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

Quyida shunday testlarga namunalar va ularga sharxlar beramiz. Bu testlarda berilgan javoblar ichidan tog'rilarini tanlash taklif etiladi, to'g'ri javoblar soni yagona emas.

1. Quyidagi misolni yechishda qanday qoidalardan foydalanilgan:



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{3n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{5}{n}}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{5}{n}\right)}{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{2}{3} ?$$

A) kasrning surat va mahrajini noldan farqli songa bo'lsak, kasrning qiymati o'zgarmaydi;

B) bo'linmaning limiti limitlar nisbatiga teng (mahrajining limiti noldan farqli bo'lsa);

C) yig'indining limiti limitlar yig'indisiga teng;

D) ayirmaning limiti limitlar ayirmasiga teng;

E) o'zgaras ketma-ketlikning limiti shu ketma-ketlikning hadiga teng;

F) ko'paytmaning limiti limitlar ko'paytmasiga teng;

G) o'zgaras ko'paytuvchini limit belgisi oldiga chiqarish mumkin;

Ushbu testni bajarishda talaba masala yechimini asoslashga o'rganadi, bunday ketma-ketliklarni limitini hisoblash bo'yicha faoliyat usulini o'zlashtiradi.

2. $\{x_n\}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsin. To'g'ri jummalarni belgilang.

A) $\{x_n\}$ ketma-ketlikning dastlabki bir nechta hadini o'zgartirsak, hosil bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi va limiti $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limitiga teng bo'ladi.

B) $\{x_n\}$ ketma-ketlikning dastlabki bir nechta hadini o'zgartirsak, hosil bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi va limiti $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limitidan farqli bo'ladi.

C) $\{x_n\}$ ketma-ketlikga bir nechta hadlarni birlashtirsak, hosil bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi va limiti $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limitiga teng bo'ladi.

D) $\{x_n\}$ ketma-ketlikga bir nechta yangi hadlarni birlashtirsak, hosil bo'lgan ketma-ketlik yaqinlashuvchi va limiti $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limitidan farqli bo'ladi.

Ushbu test topshirig'ida berilgan tasdiqlar o'quv qo'llanmalarda qaralmagan, testni yechish uchun talabaga ta'rifni tahlil qilish, ta'rifdan natijalar chiqarish kabi umummatematik ko'nikmalar zarur bo'ladi.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n \neq a$ bo'lsin. To'g'ri jummalarni belgilang.

A) $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti mavjud emas

B) a nuqtaning ixtiyoriy atrofida $\{x_n\}$ ketma-ketlikning faqat chekli sondagi hadlari yotadi;

C) a nuqtaning biror atrofidan tashqarida $\{x_n\}$ ketma-ketlikning cheksiz ko'p hadlari yotadi;

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = b \neq a$ va a nuqtaning atrofida $\varepsilon = 0,5|b - a|$ ketma-ketlikning faqat chekli sondagi hadlari yotadi.

Ushbu testni hal qilishda talaba $\{x_n\}$ ketma-ketlikning limiti mavjud va a dan farqli yoki limiti mavjud bo'lmagan hollarni qarashi hamda bu hollar uchun umumiylikni aniqlashi lozim.

4. Quyidagi tasdiqlardan qaysilari noto'g'ri?

A) Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ va $\{b_n\}$ ketma-ketlik quyidan chegaralangan bolsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = +\infty$ bo'ladi.

B) Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ va $\{b_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan bolsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = +\infty$ bo'ladi.

C) Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ va $\{b_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan bolsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = -\infty$ bo'ladi.



D) Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ va $\{b_n\}$ ketma-ketlik yuqoridan chegaralangan bolsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = -\infty$ bo'ladi.

E) Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ va $\{b_n\}$ ketma-ketlik quyidan chegaralanmagan bolsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = +\infty$ bo'ladi.

F) Agar $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ va $\{b_n\}$ ketma-ketlik quyidan chegaralanmagan bolsa, u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = +\infty$ bo'ladi.

Yuqoridagi testni yechish uchun talaba cheksiz katta, chegaralangan, chegaralanmagan ketma-ketliklar haqidagi o'z bilimlarini analiz va sintez qilishi, umumlashtirishi, tasdiqlarni rad etuvchi misollar qurishi lozim.

5. Agar ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'lsa, u holda u chegaralangan bo'ladi. To'g'ri isbotlarni tanlang.

A) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ bo'lsin. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik ta'rifiga ko'ra $\varepsilon = 1$ uchun, shunday n_0 nomer topilib, barcha $n > n_0$ lar uchun $a - 1 < x_n < a + 1$ bo'ladi. Agar

$M = \max(|x_1|, |x_2|, \dots, |x_{n_0}|, |a - 1|, |a + 1|)$ deb olsak, u holda ketma-ketlikning barcha hadlari uchun $|x_n| < M$ bo'ladi. Bundan esa berilgan ketma-ketlikning chegaralangan bo'lishi kelib chiqadi.

B) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ bo'lsin. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik ta'rifiga ko'ra

$\varepsilon = 1$ uchun, shunday n_0 nomer topilib, barcha $n > n_0$ lar uchun $|x_n - a| < 1$ bo'ladi.

Agar $M = \max(|x_1 - a|, |x_2 - a|, \dots, |x_n - a|, 1)$ deb olsak, u holda ketma-ketlikning barcha hadlari uchun $|x_n| < M + 1$ bo'ladi. Bundan esa berilgan ketma-ketlikning chegaralangan bo'lishi kelib chiqadi.

C) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ bo'lsin. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik ta'rifiga ko'ra $\varepsilon = 10$ deb olsak, $a - 10 < x_n < a + 10$ bo'ladi, bundan ketma-ketlik chegaralangan.

D) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ bo'lsin. Yaqinlashuvchi ketma-ketlik ta'rifiga ko'ra a nuqtaning ixtiyoriy atrofida $\{x_n\}$ ketma-ketlikning faqat chekli sondagi hadlari yotadi. Chekli hadlarni o'zida saqlaydigan kesma mavjud. Demak, ketma-ketlik yaqinlashuvchi.

Yuqoridagi testni yechishda talabalardan o'quv adabiyotida berilgan isbotni tahlil qilish, turli isbotlarni taqqoslash, yangi isbotni qurish ko'nikmalarini shakllantirishga xizmat qiladi.

Taklif etilayotgan testlardan amaliy mashg'ulotlarda, talabalarni mustaqil ishlarini tashkillashtirish va boshqarishda foydalanish mumkin. An'anaviy testlar bilan bir qatorda yuqorida taklif etilayotgan rivojlantiruvchi testlar bankini shakllantirish va ta'lim amaliyotida foydalanish talabalarning matematik analiz bo'yicha ta'lim sifatini oshirishga yordam beradi.

Adabiyotlar:

1. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. М.: Просвещение. 2003.-224с.
2. Turgunbayev R.M., Raximov I.K., Umaraliyeva D.U. Matematik analiz (Analizga kirish savollar va masalalarda). O'quv qo'llanma. T.: "NIF MSH", 2024, 164 b.
3. Тургунбаев Р.М. Математик анализни тезаурусли ёндашув асосида ўқитиш (60110600-математика ва информатика бакалавриат



таълим йўналиши мисолида). Монография. Т.: Bookmany Print. 2022-196 б.

3. Васильева А.М., Пономарева Т.Т. Тестовый контроль знаний студентов по математике// Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева, 2009. № 3–4 (63). С. 41-47.

4. Посицельская Л.Н., Злобина С.В. Технология разработки тестовых заданий по математическому анализу// Математика в высшем образовании. 2004. №2. с.49-62.



OLIY MATEMATIKADAN KOMPETENSIYALARNI ANIQLASH METODIKASI HAQIDA

U.I. Qushmurotov, Navoiy davlat konchilik va texnologiyalar universiteti “Oliy matematika va AT” kafedrası katta o‘qituvchisi

Maqolada oliy matematikadan aniq mavzular bo‘yicha kompetensiyalarni tavsiflash, ularni shakllantirishda foydalaniladigan masalalar tizimini tanlash metodikasi bayon qilingan.

Kalit so‘zlar: *oliy matematika, matematik kompetensiya, faoliyat usuli, masalalar tizimi.*

В статье описана методика описания компетенций по конкретным темам высшей математики и выбора системы задач для формирования этих компетенции.

Ключевые слова: *высшая математика, математическая компетенция, приёмы деятельности, система задач.*

The article describes a methodology for describing competencies on specific topics of higher mathematics and choosing a system of tasks for the formation of these competence.

Keywords: *Higher mathematics, mathematical competence, activities of activities, a system of tasks.*

Oliy ta’limda matematikani o‘qitishda kompetensiyaviy yo‘ndashuvga bag‘ishlangan ishlar tahlili bu ishlarni ikki guruhga ajratishga imkon beradi: oliy matematikani o‘qitishda matematik kompetentlikni rivojlantirishga (Ammosova M.S., Shershneva V.A., Niss M., Hojgaard T., Jafyarov A.J. va boshqalar), matematikani o‘qitish jarayonida kasbiy kompetentlikni rivojlantirishga (Stelmax Ya.G., Zagitova L. R., Minshin M.M., Xom’yuk V. V. va boshqalar) bag‘ishlangan ishlar.



M.M.Minshin [1] muhandisning kasbiy matematik kompetentligi deganda yosh mutaxassislarning bo'lg'usi kasbiy faoliyatiga ko'nikishi uchun kasbiy muhim bo'lgan oltita matematik kompetensiyalarining integrativ majmuasidan iborat: mantiqiy-analitik, vizual-obrazli, axborot-kompyuterli, kreativ, prognostik (bashorat) kompetensiyalar.

Matematik kompetensiya va kompetenlik tushunchalariga turlicha ta'riflar berilgan, masalan V.A.Shershnevaning [2] fikriga ko'ra matematik kompetentlik bu talabning fundamental matematik bilimlari, ko'nikma va malakalari, hamda ularni kasbiy faoliyatda qo'llashga bo'lgan talabning qobiliyati va tayyorgarligi (istagi) majmuasidan iborat.

A.J.Jafyarov [3] fikriga ko'ra kompetensiya – bu insoniyat faoliyatining ma'lum sohasidagi faoliyatning nomi, uning mohiyati shundan iboratki, insoniyat ushbu faoliyat sohasidagi aniq muammolarni hal qilishga tayyor bo'lishi kerak. Kompetentlik esa insonning shu kompetensiyalarni egallaganlik darajasini ifodalaydi.

Ushbu tadqiqotda har bir mavzu bo'yicha matematik kompetensiya deganda, shu mavzuga xos matematik faoliyat nomini va unga mos bilim, ko'nikma va malakalarni o'zlashtirishga bo'lgan talabni, talabning matematik kompetentligi deganda talabning shu kompetensiya egallaganlik darajasini tushunamiz.

Bu holda har bir mavzu bo'yicha matematik kompetensiyani tavsiflash shu mavzuga xos bo'lgan asosiy masalalarni yechish bo'yicha faoliyat usullarini aniqlash hamda shu masalalar bilan bog'liq bilimlarni tavsiflashga keltiriladi.

Ushbu maqolada “Konchilik ishi (ochiq konchilik ishlari), (yer osti konchilik ishlari) bakalavriat yo'nalishlari” bakalavriat ta'lim yo'nalishi oliy matematika fani dasturiga mos “Tekislikda to'g'ri chiziq turli tenglamalari. To'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashishi. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak” mavzusiga mos kompetensiyalarni tavsiflaymiz.

Bu mavzuga mos asosiy masalalar quyidagilardan iborat: 1) To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasiga doir masalalar (boshqa ko‘rinishdagi tenglamalarini tuzish; normal vektorini yozish; yo‘naltiruvchi vektorini yozish); 2) Berilgan $M_1(x_1; y_1)$ nuqta orqali o‘tib, berilgan $\vec{n}$ (AB) vektorga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish; 3) Berilgan $M_1(x_1; y_1)$ nuqta orqali o‘tib, berilgan $\vec{p}$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzishni;

4) Berilgan $M_1(x_1; y_1)$ va $M_2(x_2; y_2)$ ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish; 5) Berilgan ikki to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashishini aniqlash; 6) Ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchakni topish.

Bu masalalarga bog‘liq bo‘lgan asosiy tushunchalar quyidagilardan iborat: to‘g‘ri chiziq, to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi, ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi, to‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlarida ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi, ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak, to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro joylashishi, to‘g‘ri chiziqning normal vektori, to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori, to‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi.

Asosiy masalalarni yechish bo‘yicha faoliyat kompetensiyalarni, bu faoliyatni amalga oshirishdagi harakatlar ketma-ketligi – faoliyat usullari o‘qituvchiga talabalarda kompetensiyalarni shakllantirish metod va vositalarini aniqlashga yordam beradi, faoliyat usullari talaba uchun tayyor harakatning mo‘ljalli asosi, ya‘ni masalani yechish uchun yo‘riqnoma vazifasini bajaradi.

Masalan $M_1(x_1; y_1)$ va $M_2(x_2; y_2)$ ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish bo‘yicha faoliyat usuli quyidagicha:

- 1) $x_2 - x_1$ va $y_2 - y_1$ larni 0 bilan taqqoslash;
- 2) $x_2 - x_1 = 0$, $y_2 - y_1 \neq 0$ bo‘lsa, 3-punktga o‘ting;
- 3) to‘g‘ri chiziq tenglamasi $x = x_1$;
- 4) $x_2 - x_1 \neq 0$, $y_2 - y_1 = 0$ bo‘lsa, 5-punktga o‘ting;



5) to'g'ri chiziq tenglamasi $y = y_1$;

6) $x_2 - x_1 \neq 0$, $y_2 - y_1 \neq 0$ bo'lsa, 7-punktga o'ting;

7) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ tenglamani yozish;

8) $(y_2 - y_1)(x - x_1) - (x_2 - x_1)(y - y_1) = 0$ tenglamani chap tomonini soddalashtirish;

9) to'g'ri chiziqlarning umumiy tenglamasini yozish.

Qaralayotgan mavzuga mos kompetensiyalarni bilish, ko'nikmaga ega bo'lish, boshqa masalaga ko'chirish kategoriyalari yordamida quyidagicha shakllantirish mumkin:

Talaba mavzuni o'zlashtirish natijasida to'g'ri chiziqlarning turli xil tenglamalarini; to'g'ri chiziqlarning turli xil tenglamalarini tuzishni; ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuvini; ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni; uch nuqtaning bir to'g'ri chiziqda yotish shartini **biladi**.

Talaba mavzuni o'zlashtirish natijasida quyidagi asosiy masalalarni yechish ko'nikmasiga ega bo'ladi: 1) To'g'ri chiziqlarning umumiy tenglamasidan foydalanib, uning normal vektorini, yo'naltiruvchi vektorini, burchak koeffitsiyentini aniqlashni; 2) Berilgan $M_1(x_1; y_1)$ nuqta orqali o'tib, berilgan $\vec{n}$ vektorga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzishni 3) Berilgan $M_1(x_1; y_1)$ nuqta orqali o'tib, berilgan $\vec{p}$ vektorga yo'nalishdosh bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi tuzishni; 4) $M_1(x_1; y_1)$ va $M_2(x_2; y_2)$ ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzishni; 5) umumiy tenglamalari bilan berilgan ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro joylashuvini aniqlash; 6) ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlashni.

Talaba mavzuni o'zlashtirish natijasida mavzuga oid asosiy masalalarni yechish bo'yicha faoliyat usullarini yangi masalalarni yechish uchun moslashtiradi, ko'chiradi.

Bu kompetensiyalarni shakllantirishda yordamchi, bazis, mashq va

rivojlantiruvchi masalalardan iborat masalalar tizimidan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi [4].

Yordamchi masalalar, qaraladigan masalalar turini hal qilish uchun zarur bo'lgan talaba leksikonini dolzarblashtirishga xizmat qiladi, shuningdek ularni hal qilishning umumlashgan usullarini o'rganish uchun motivatsiyani shakllantirishni ta'minlaydi. Bazis masalalar mashg'ulot davomida talabalar bilan birgalikda asosiy masalalarni yechish bo'yicha faoliyat usullarini shakllantirishga xizmat qiladi. Mashq masalalari standart tipdagi muayyan masalalarni hal qilishda faoliyat usullarini qo'llash va uni talabalar tomonidan o'zlashtirishini ta'minlashga mo'ljallangan bo'lib, ta'lim standartini ta'minlashga xizmat qiladi. Rivojlantiruvchi masalalar esa shakllangan kompetensiyalarni nostandart matematik masalalarni, amaliy (kasbiy) masalalarni yechishda qo'llash, o'zgartirishga yo'naltirilgan.

Bu masalalar tizimi tabaqalashgan ta'limni amalga oshirishga, ta'lim shaffofligini ta'minlashga imkon beradi.

Quyidagi masalani qaraymiz.

ABC uchburchak uchlarining koordinatalari $A(6;1)$, $B(0;-4)$, $C(-3;12)$ berilgan.

a) C uchidan o'tkazilgan mediana tenglamasini tuzing va uning uzunligini toping;

b) A uchdan o'tkazilgan balandlik tenglamasini tuzing va shu balandlik uzunligini toping;

c) B burchak bissektrisasi tenglamasini tuzing va uning uzunligini toping.

d) Uchburchakning yuzini hisoblang.

Bu masalani yechish uchun talaba asosiy masalalarni yechish jarayonida o'zlashtirgan faoliyat usullarini (kompetensiyalarni) hamda oldin o'zlashtirgan kompetensiyalarini tatbiq yetish orqali yechiladi.

Oliy matematikaning aniq mavzulari bo'yicha kompetensiyalarni shakllantirish o'qituvchi va talabaning ta'lim jarayonidagi faoliyatini



aniqlashtirish, ta'lim metodlari va vositalarini tanlash hamda tabaqalashgan ta'limni amalga oshirish evaziga ta'lim sifatini oshirishga xizmat qiladi.

Adabiyotlar:

1. Миншин М.М. Формирование профессионально-прикладной математической компетентности будущих инженеров: на примере подготовки инженеров по программному обеспечению вычислительной техники и автоматизированных систем: автореф. дис. ... канд. пед. наук: (13.00.08 - теория и методика профессионального образования). Тольятти, 2011. –24 с.

2. Шершнева В.А. Формирование математической компетентности студентов инженерного вуза на основе полипарадигмального подхода. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора педагогических наук. Красноярск – 2011. 45 с.

3. Жафяров А.Ж. Реализация технологии внедрения компетентностного подхода в школьном курсе математики// Вестник Новосибирского государственного педагогического университета. – 2017.- том 7. №2. – С. 71-84.

4. Тургунбаев Р.М. Математик анализ фанининг ўқув тезаурусини шакллантириш ва унинг аҳамияти// Муғаллим ҳам ўзликсиз билимлендириш 2021 №1. 127-132б.



ОРГАНИЗАЦИЯ ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ СОДРУЖЕСТВА

Ф. Х. Сайдалиева, кандидат педагогических наук, доцент
кафедры “Методика и её преподавания математики”

Г.Р. Мухамедова, кандидат педагогических наук, доцент
кафедры “Общая математика” ТДПУ

Mazkur maqola o'qitishni “hamkorlik texnologiyalari” dan foydalanib tashkil etishga bag'ishlangan. Bunda kichik guruhlar bilan ishlash asosida tashkil etilgan o'qitishning ijobiy tomonlari ko'rsatilgan bo'lib, misol sifatida MO'M fanidan amaliy mashg'ulotni “Bumerang” metodi yordamida tarixiy materiallardan foydalanib o'tkazish metodikasi yoritib berilgan.

Kalit so'zlar: texnologiya, hamkorlik, tarixiy materiallar, kichik guruhlar, fan, “Bumerang” metodi.

Данная статья посвящена организации обучения с использованием “технологии содружества”. Здесь показаны положительные стороны организации обучения на основе работы в малых группах, в качестве примера показано описание методики проведения практического занятия по предмету МПМ, с использованием исторического материала на основе метода «Бумеранг».

Ключевые слова: технология, содружество, исторические материалы, малые группы, предмет, метод «Бумеранг».

This article is devoted to the organization of training using “commonwealth technology”. It shows the positive aspects of organizing training based on work in small groups; as an example, a description of the methodology for conducting a practical lesson on the subject of “Methods of teaching mathematics” using historical material based on the “Boomerang” method, is shown.



Key words: technology, community, historical materials, small groups, subject, “Boomerang” method.

На современном этапе развития общества необходим человек способный к творческому овладению знаниями, который может применять знания в нестандартной ситуациях, человек, который умеет работать в команде обладающий мобильностью и развитым чувством ответственности. Этого нельзя добиться если не развивать деятельностные способности обучающихся, формирование которых происходит не при пассивном усвоении новых знаний, а тогда, когда обучающиеся включены в самостоятельную учебно-познавательную деятельность обучить их формами, методами и средствами самостоятельно добывать знания, научить ориентироваться.

Главной и острой проблемой на сегодняшнем этапе является проблема мотивации обучающихся к изучению предметов в частности к изучению математики. Если в начале изучения математики эта мотивация высокая, то постепенно, сталкиваясь с трудностями, сложностью учебного материала ослабевает воля и как результат падает успеваемость.

Повысить качество образования используя только традиционные уроки нельзя. Для решения этой проблемы необходимо обратиться к современным образовательным технологиям организации обучения и применять их на уроках. Это дает возможность не только, чтобы процесс обучения был творческим, интересным, увлекательным, но и открывает большие возможности для развития самостоятельной деятельности, развития познавательных и творческих способностей [2].

Использование современных образовательных технологий в учебном процессе дают возможность эффективно использовать учебное время, повысить познавательную и творческую активность

обучающихся, а также повысить успеваемость – добиться высоких результатов обученности обучающихся.

Обучение в сотрудничестве или обучение в малых группах относится к технологиям гуманистического направления в педагогике. Основная идея этой технологии – создать условия для активной совместной деятельности учащихся в разных учебных ситуациях [1].

Покажем методику организации практического занятия с использованием исторического материала и метода «Бумеранг» на тему «Цели и задачи обучения математики в школе».

Методика организации практического занятия по модулю с использованием элементов историзма на тему: «Цели и задачи обучение математике в школе»

	Технологическая карта
Тема занятия	Цели, задачи и содержание «Методики преподавания математики»
Цели и задачи	Образовательные: Укрепление знаний по теме: Цели, задачи и содержание «Методики преподавания математики» Воспитательные: Формирование профессиональных компетенций будущих учителей математики. Развивающие: Развитие методических способностей и педагогической культуры педагогов.
Содержание учебного занятия	Знать цели и задачи методики преподавания математики. Иметь представление о периодах развития математики как науки, а также становление и развитие «МППМ». Вклад ученых Узбекистана в развитие «МППМ».
Технологии проведения занятий	Метод: Бумеранг с использованием исторического материала. Форма: практическое занятие Средства: дидактические, вопросы в конвертах. Контроль: устный опрос, наблюдение, самоконтроль Оценка: поощрение, 5 бальная система



Ожидаемые результаты	Преподаватель: Формирует навыки использования исторического материала, в подготовке информации по изучаемым вопросам. Студент: знает содержание изучаемых вопросов по теме: Цели, задачи и содержание «Методики преподавания математики» Использует дополнительную литературу по изучаемым вопросам, работает с интернет-ресурсами.
Планы на будущее	Преподаватель: Использует исторические материалы в обучении «МППМ», интерактивные методы обучения. Студент: Использует полученные знания в период педагогической практики, во время своей профессиональной деятельности
Выводы	Использование исторического материала и интерактивных методов на уроках «МППМ» повышает интерес студентов к изучаемому предмету и качество подготовки будущих учителей.

Создаются маленькие группы, их три, каждая группа получает задание (допустим в группе 18 человек).

1. Задание для первой группы:

а) знать содержание вопроса: «Цели, задачи и содержание МППМ»

б) подобрать исторический материал для освящения вопроса «Возникновение математики как науки, периода зарождения математики и элементарная математика»[3]

в) подготовить презентацию по собранным материалам.

2. Задание для 2 группы:

а) Знать содержание вопроса Структура «МППМ»

б) подобрать исторический материал для освящения вопросов Математика переменных величин, современная математика.

в) подготовить презентацию по собранным материалам.

3. Задание для 3 группы:

а) Знать связь «МППМ» с другими предметами.

б) подобрать исторический материал для освящения вопроса «Становление и развитие предмета «МППМ» и вклад ученых Узбекистана.

в) подготовить презентацию по собранным материалам.

После того как группы осваивают своё задание, вновь создаётся группа уже по 3 человека.

В каждой группе имеется представитель разных групп, которые освоили свои темы, и каждый из представителей группы рассказывает и учит однокурсников по изученной в своей группе теме, то есть учат друг друга, после того как освоят весь материал, состоявший из 3 заданий, члены вновь созданных групп возвращаются в прежние группы и получается так, что студенты научив друг друга освоят весь материал. Вся группы по окончании занятия сдаёт тест, по результатам теста можно судить о результатах и эффективности метода «Бумеранг».

Бумеранг – это способ усвоения содержания педагогического процесса во время воспитательной работы с объектом. «Объясняя детям, сама начала понимать», - призналась одна учительница в анекдоте. В данной ситуации она неосознанно призналась в применении метода бумеранга. «Учи других, и сам научишься», - гласит русская пословица. Метод бумеранга, по-другому, – это способ воздействия на воспитанника путем постановки его в положение учителя [4].

Между тем, метод бумеранга обладает большими возможностями. Во-первых, он экономичен. Ведь, применяя его, одним выстрелом поймаешь несколько зайцев. Ученик, привлеченный учителем к работе с другим учеником, развивая подопечного, одновременно и сам развивается. У него появляются педагогические умения, стремление быть примером, достойным своего статуса. В то же



время педагог в его лице приобретает помощника, из-за чего у него появляется дополнительное время для работы с другими воспитанниками. Это уже – третий заяц. Во-вторых, знания, умения, навыки, черты характера, отношения, полученные методом бумеранга, как правило, бывают прочными и разносторонними. Ученик, который привлечен к работе с другим учеником, обычно готовится более ответственно, чтобы научить его чему-либо. В это время он становится более активным, любопытным, читает, повторяет, обращается к педагогу за консультациями. Если его постоянно ставить в положение учителя, то он становится доброжелательным, привыкает всегда и всюду помогать другим. Этим самым он завоевывает авторитет, что немаловажно для дальнейшего его развития. В-третьих, метод бумеранга благоприятно влияет на формирование самостоятельности

Механизм воздействия метода бумеранга заключается в следующем. Во время выполнения педагогических обязанностей ученик на себе испытывает трудности воспитательной работы, лучше понимает учителей и становится послушным, восприимчивым к воспитанию. Во-вторых, предъявляя требования к другому человеку, он подвергается самовнушению, в результате чего начинает отрицательно относиться к недостаткам, у него появляется желание стать хорошим человеком. В-третьих, во время этой работы он убеждается в том, что качество восприятия педагогического воздействия зависит от авторитета. Поэтому начинает заботиться о своем авторитете. Все это заставляет его работать над собой, и он становится и воспитанником, и воспитателем одновременно.

Эффективность метода бумеранга в первую очередь зависит от правильного его выбора. На выбор метода бумеранга влияют следующие факторы: готовность человека применять его; содержание педагогического процесса; взаимоотношения между

объектом и субъектом; достаточность времени для того, чтобы получить запланированный результат с помощью бумеранга и т.д.

Готовность субъекта ПП к применению метода бумеранга довольно обширное понятие. Она включает в себя следующие аспекты: наличие желания помогать другому человеку; наличие необходимых для педагогической работы черт характера таких, как доброжелательность, настойчивость, сила воли, ответственность, уверенность и т.д.; овладение некоторыми базовыми педагогическими умениями.

Взаимоотношения между учениками также играют роль в выборе метода бумеранга. Если они не воспринимают друг друга, конфликтуют или между ними имеются другие какие-то барьеры, выбор данного метода нежелателен. При организации педагогического процесса в такой форме создаются благоприятные условия для применения метода бумеранга. Применяет его каждый студент. Он, работая над своей темой, и на подготовительном этапе, и на этапе непосредственного выступления добивается качественного усвоения ее. Реакция слушателей, оценка жюри формируют у него соответствующие эмоции, уверенность, желание проявлять активность в познавательной деятельности.

Литературы:

1. Юнусова Д.И. Узлуксиз таълим тизимида математика ўқитувчиси тайёрлашнинг назарий асослари. – Т.: Фан ва технология, 2008. – 160с.

2. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учебное пособие для студентов физико-математических специальностей педагогических институтов/Под ред. Е.И. Лященко. -М.: Просвещение, 1988.

3. Бакирова Н.Ю., Сайдалиева Ф.Х. “Методика преподавания математики “ учебное пособие, - Ташкент- 2008.



МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОДОВЫПУСКНОГО ШЛЮЗА ДЖИЗАКСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

С.М. Холбоев, ГГУ докторант
С. И. Худайкулов, Международного
технического Университета КИМЁ проф.

Максимальные скорости течения возникают в нижнем бьефе при условии, когда половина водосливного фронта открыта частично, а во второй половине открытые частично и полностью отверстия чередуются через одно.

Ключевые слова удельный расход, многопролетная плотина, крепления, прямой ток, обратный ток, створ, верхний бьеф, нижний бьеф, глубина относительной скорости.

Maksimal oqim tezligi quyruqda to'kishning old qismining yarmi qisman ochiq bo'lsa, ikkinchi yarmida qisman va to'liq ochiq teshiklar bir-birini almashtirganda yuzaga keladi.

Kalit so'zlar o'ziga xos oqim, ko'p oraliqli to'g'on, mahkamlash, to'g'ridan-to'g'ri oqim, teskari oqim, maqsad, yuqori oqim, quyi oqim, nisbiy tezlik chuqurligi.

Maximum flow rates occur in the tailrace when half of the spillway front is partially open, and in the other half, partially and fully open openings alternate every other one.

Keywords specific discharge, multi-span dam, fastenings, direct current, reverse current, cross section, upper pool, lower pool, relative velocity depth.

Регулирование водосливного фронта в системах гидротехнических сооружений имеют важные значения, от которых зависят безопасная их эксплуатация. Как известна, большая

потенциальная энергия в верхнем бьефе сооружения пройдя через водосливную плотину, набирает большую кинетическую энергию. Который имеет не только мощную энергию, но и большую разрушительную силу. Поэтому вопросы управления регулированием водовыпускного шлюза имеет актуальную ценность.



Рис 1. Водовыпускной шлюз джизакского водохранилища

В Узбекистане этими вопросами занимаются многие ученые в том числе: Янгиев А.А., Эргашев Р. Р., Махмудов Э.Ж., Махмудов И.Э. и другие. Теорией закрученных потоках занимаются ученые Института Механики и сейсмостойкости сооружений Ан. РУЗ Маликов З.М., Хужаев И.К., Мирзаев А.А. и другие.

Большое количество кинетической энергии подлежит грамотному управлению. Исследования в Джизакском водохранилище производились по следующему данным, где ширина ядра постоянных скоростей b_* определялась по опытным данным в зависимости от степени расширения потока β . Корректив

количества движения α_{0B} при $\beta_i < 2$, $\beta < 4$ находим по зараны известному значению b_* .

Решение задач. Численное решение задачи о нахождении относительной скорости в пределах рисбермы было выполнено на ЭВМ.

В задаче считались заданными следующие параметры:

$\beta_i = 2 \Leftrightarrow 6$; $Fr_1 = 10 \Leftrightarrow 100$, соответствующие им сопряженные глубины $\frac{h_1}{h_2}$; α_{0B} .

Расчеты проводились для водослива, Джизакского водохранилища, имеющего 24,12 и 6 пролетов. Окончательные результаты расчета представлены в виде серии кривых зависимости относительной скорости $\frac{u_m}{u_1}$ от числа Фруда Fr_1 и степени расширения потока β (рис. 2, а при $\alpha_{0B} = 7$, рис. 2.б. при $\alpha_{0B} < 7$).

Максимальные скорости течения возникают в нижнем бьефе при условии, когда половина водосливного фронта открыта частично, а во второй половине открытые частично и полностью отверстия чередуются через одно. Это положение согласуется с данными опытов, приведенными ниже.

При $\beta_i = 1$ половина отверстий водосливного фронта будет открыта полностью, а половина - частично (следовательно, $\beta = 2$ $\beta_i = \frac{\beta}{2} = 1$, в нижнем бьефе - плоские условия, а в пределах плотины - неравномерное распределение расходов по фронту, так как каждое частично открытое отверстие чередуется с полностью открытым).

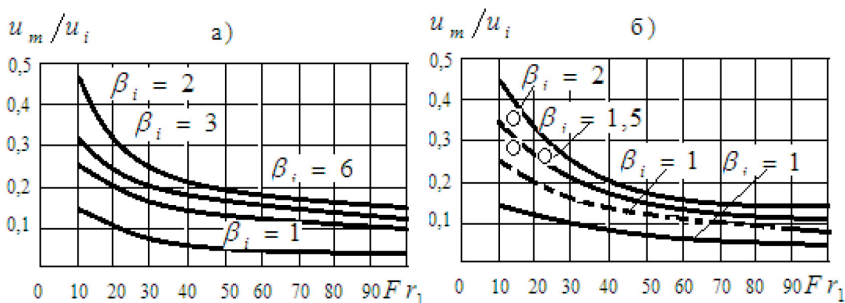


Рис. 2.Графики зависимости $u_m/u_i = f(Fr_1, \beta)$

а) при $\beta_i > 2$ б) при $\beta_i < 2$

Анализ графиков показывает, что при $\beta_i > 2$ (рис.2, а) для постоянного числа Фруда с уменьшением степени расширения относительные скорости возрастают, а при $\beta_i < 2$ (рис. 2,б) убывают, приближаясь к значениям относительной скорости в плоских условиях ($\beta_i = 1, \beta = 2$); для постоянной степени расширения с увеличением числа Fr_1 относительные скорости убывают.

Приведенные результаты справедливы, если число Фруда в сжатом сечении потока $Fr_1 > 10$. При $Fr_1 < 10$ сопряжение бьефов будет осуществляться по типу, близкому к прыжку-волне, для которого приведенные зависимости в ряде случаев решения не дают.

Оценку степени увеличения удельного расхода в пределах рисбермы получим путем сравнения удельного расхода q_{np} в пространственном потоке с удельным расходом q_1 в створе I—I за плотиной при полном открытии всех отверстий ($\beta = 1$):

$$\frac{q_{np}}{q_1} = \frac{u_m h_B}{u_1 h_1 n_3} = \left(\frac{u_m}{u_1} \right)_{np} \left(\frac{u_1}{u_2} \right)_{nl} \frac{1}{n_3}$$

где $n_3 = \frac{h_2}{h_B}$ - относительные скорости в нижнем бьефе в плоских (при полном открытии всех отверстий, рис. 2, б, кривая при $\beta = 1$) и пространственных (рис.2,а, б, $\beta_i > 1$, $\beta > 2$) условиях; определяются из формул:
$$\left(\frac{u_2}{u_1} \right)_{np} = \frac{h_1}{h_2} \left(\frac{u_1}{u_2} \right)_{np}$$

График зависимости $\frac{q_{np}}{q_1}$ (рис.3, кривая 2) показывает, что при $\beta = 4$ удельный расход в пределах рисбермы при чередовании открытых частично и полностью отверстий в 1,7 раза превышает удельный расход в створе I-I за плотиной при полном открытии всех отверстий.

При работе всего водосливного фронта по схеме с чередованием открывается частично и полностью отверстий в нижнем бьефе установится наименьший удельный расход, равный $\frac{q_1 + 0,2q_1}{2} = 0,6q_1$. При увеличении степеней расширения потока в нижнем бьефе β_i от 2 до 6 отношение $\frac{q_{np}}{q_1}$ стремится к единице, а при уменьшении β_i от 2 до 1, $\frac{q_{np}}{q_1}$ стремится к 0,6. Число Фруда влияет незначительно на изменение относительных удельных расходов.

Для сравнения на рис. 3 приведена кривая 1, характеризующая изменение относительных удельных расходов в случае одностороннего открытия пролетов полностью при условии, что остальные пролеты уже открыты на $\frac{1}{5}$ полного напора на гребне водослива [8,12].

Вывод. При такой схеме получается большее увеличение удельных расходов в пределах рисбермы, чем в случае чередования частично и полностью открытых отверстий.

Таким образом, при эксплуатации сооружений следует вначале открывать вес отверстия плотины частично. После того, как все затворы будут открыты частично, рекомендуется поднимать затворы полностью через один, начиная со второго. Затем все отверстия разрешается открывать полностью подряд [8,10,11].

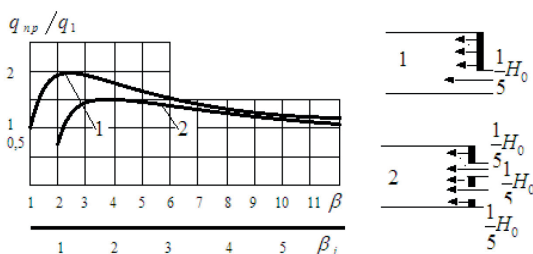


Рис.3. Графики изменения относительных удельных расходов 1 при
последовательном одностороннем полном открытии затворов $q_{np}/q_1 = f(F, r_1, \beta)$;
2 -при чередовании открытых частично и полностью затворов $q_{np}/q_1 = f(F, r_1, \beta)$

С целью изучения качественной стороны процесса и проверки расчетных зависимостей, полученных теоретическим путем, были проведены экспериментальные исследования в лаборатории «Водохранилище и их безопасность» НИИИВП.

Опыты по схеме, изображенной на рис.1, были проведены на модели шести пролетной плотины с гладким водобоем, установленной в прямоугольном горизонтальном лотке шириной 2,4 м, длиной рабочей части 7 м. Ширина пролета в свету была принята 34 см, а толщина бычков 6 см. Профиль водосливной плотины высотой 28,5 см был очерчен по координатам Кригера - Офицера и плавно сопрягался с дном водобоя. Ограниченное число пролетов (наибольшая величина $\beta = 6$) и высота плотины

позволили провести всего три опыта.

В зависимости от пропускаемого расхода Q через полностью открытые отверстия (остальные отверстия пока закрыты) и соответствующего напора H_0 на гребне водослива рассчитывалась вторая сопряженная глубина h_2 - донного гидравлического прыжка в условиях двухмерной задачи. Глубину h_2 устанавливали в конце лотка и поддерживали постоянной. Затем открывались остальные отверстия на $1/5 H_0$ и расход увеличивали до тех пор, пока глубина в верхнем бьефе не установилась на прежнем уровне [4,5,6].

Значения максимальной скорости в пределах рисбермы для различных расходов при $\beta_i = 1,5$ были нанесены q_{np} соответствующую кривую (рис.2,6). Опытные значения $\frac{u_m}{u_1}$ и q_1 достаточно хорошо согласуются с расчетными кривыми. Таблица иллюстрирует значение гидравлических параметров в опытах.

Номер опыта	$Q, \text{л.сек}$	$\beta_i = N/n_i$	$H, \text{см.}$	$h_k, \text{см.}$	$h_1, \text{см.}$	$h_2, \text{см.}$	Fr_1	u_m/u_1	q_{np}/q_1
1	80	1,5	19,6	14,65	5,3	22,4	10,9	0,934	1,28
2	65	1,5	13,9	13,3	3,96	20,3	16	0,248	1,21
3	13	1,5	5,2	7,8	2,79	15,3	17,6	0,229	1,22

Результаты, полученные из экспериментов, являются подтверждением правильности выбранного математического метода.

Литература:

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. Физматгиз, 1960.-.

2. Михалев М. А. К теории гидравлического прыжка. Изюетня, ВНИИГ, т. 78, «Энергия», 1965.
3. Михалев М. А. Расчет второй сопряженной глубины в пространственных условиях сопряжения бьефов. Гидротехническое строительство, 1965, № 8.
4. Чугаев Р. Р. Водосливные бетонные плотины. Ч. I, ЛПИ., 1958.
5. Рахманов А. Н. Очертание поверхностного водоворота транзитного» потока и некоторые характеристики донного гидравлического прыжка. Известия ВНИИГ, т. 59. «Энергия», 1958.
6. Холбоев С.М., Худайкулов С.И. Моделирование зависимости вихревых течений от резкого расширения и сужения водовода джизакского водохранилища. Сборник материалов республиканской научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, математического моделирования и информатики» (24-25 май) 2024. С.245-248.



MAKTABGACHA YOSHDAGI BOLALARDA MATEMATIK ONGNI SHAKLLANTIRISH

A.X.Raxmatullayev, U.B.Matnazarov,
Nizomiy nomidagi TDPU, dotsentlari
K.U.Baxromova, *NDPI, magistratura talabasi*

Ushbu maqolada bolalar bog'chasida matematik misollarning tasdiqlarini to'g'riligini interfaol metod yordamida tekshirish bayon etilgan.

Kalit so'zlar: matematika fani, ta'lim, bolalar bog'chasi.

В данной статье описана проверка правильности утверждений математических примеров и задач в детском саду интерактивным методом.

Ключевые слова: предмет математика, образование, детский сад.

This article describes the verification of the correctness of statements of mathematical examples and tasks in kindergarten using an interactive method.

Key words: mathematical predmet, education, kindergarten.

Har bir davlatning kelajakda o'z maqsadlariga erishishida iqtidorli yoshlarning o'rni beqiyos. Shu bois iqtidorli yoshlarni saralab olish tizimini rivojlantirish, ularni qo'llab-quvvatlash uchun zarur sharoitlar yaratish, ulg'ayib kelayotgan yosh avlodning ilm-fanga bo'lgan intilishlarini rag'batlantirish, intellektual va ijodiy salohiyatini ro'yobga chiqarish borasidagi islohotlarni tizimli amalga oshirish kabi ko'plab vazifalar davlatimizning kelajakdagi rivoji uchun asosiy vazifa qilib belgilangan.

Ayniqsa, bolalar bog'chasidan boshlab iqtidorli yoshlarni aniqlash, ularni saralab olish, chuqurlashtirilgan ta'lim dasturlari asosida



o'qitish, yoshlarda keng dunyoqarash, intellektual salohiyat, ijodiy va tahliliy fikrlashni rivojlantirish, ilm-fanga bo'lgan qiziqishni oshirish, vatanparvarlik, izlanuvchanlik va yaratuvchanlik ruhida tarbiyalash, zamonaviy ta'lim infratuzilmasi talablaridan kelib chiqib, mavjud moddiy-texnik bazani mustahkamlab borish, bilimlarni mustaqil shakllantirish uchun sharoit va imkoniyatlarni kengaytirish kabi ko'plab vazifalar belgilandi.

O'zbekistonda va dunyo mamlakatlarida matematika sohasi juda ham tezlik bilan rivojlanib bormoqda. Matematika sohasini rivojlantirish mamalakatimizda yosh avlodga chuqur bilim berish hamda Al-Xorazmiy, Abu Rayhon Beruniy va Mirzo Ulug'bek kabi dunyo tan olgan buyuk allomalarga o'xshagan avlodlarni tarbiyalash borasida Prezidentimiz Sh.Mirziyoyev tomonidan olib borilayotgan ishlar buning yaqqol misolidir.[1]

O'zbekistonning matematika fani bo'yicha salohiyati dunyo miqyosida tan olinganini, bu borada nufuzli maktablarimiz shakllanib faoliyat yuritayotganini, yetti nafar matematik olim Butunjahon fanlar akademiyasi a'zosi ekanini va matematika sohasini rivojlantirishdagi xizmatlari uchun akademik Sh.Ayupovga O'zbekiston Qaxramoni unvoni Davlatimiz rahbari tomonidan shahsan taqdirlanishi ham buning yaqqol misoli bo'la oladi.

Bolalar uchun mazkur fandan oddiy va tushunarli tilda yozilgan ommabop darslik va o'quv qo'llanmalari yaratish, matematik ongni, kerak bo'lsa, bog'chadan boshlab shakllantirish vazifasi qo'yildi. Shuningdek, matematika fani o'qituvchilarga qo'shimcha ustama haqlar to'lash bo'yicha ko'rsatma berildi. Matematika fani bo'yicha o'quvchi, talaba va o'qituvchilar o'rtasida turli tanlovlar o'tkazib, g'oliblarni munosib rag'batlantirish, sovrindorlarga beriladigan mukofotlarni ko'paytirish muhimligi qayd etildi.

Yoshlarning bilim va iqtidorini chuqurlashtirish, maktabgacha yoshdagi bolalarda elementar matematik tasavvurlarni shakllantirish va



rivojlantirish tayyorlov guruhlarida ancha takomillashgan va samarali ta'lim berish shakllarini izlash, ularni o'quv-tarbiyaviy jarayonning turli bosqichlarida muammoli vaziyatlarga jalb etish milliy tiklanish va umuminsoniy qadriyatlarni bilish mafkurasiga asoslangan ta'limning yangi mazmunini tashkil etadi.

Bolalarda elementar matematik tasavvurlarni rivojlantirish vazifalari va bolalar bog'chasida arifmetika asoslarini tarkib toptirish, miqdor, makon va zamongaoid tasavvurlarni rivojlantirish o'qitishning asosiy shartidir.

Tarbiyachi har bir mashg'ulotda yangi mavzu mazmunining asosiy masalalari va uni ishlash metodikasini ochib beradi. Bunda shuni nazarda tutish kerakki, berilayotgan tavsiyalar, odatda, bolalarga berilishi kerak bo'lgan topshiriqlar, mashqlar, savollarning tipik namunalaridir. Bunday mashqlar sonini tarbiyachi guruh bilan ishlashning aniq shart-sharoitlarini hisobga olib, o'zi aniqlashi kerak.

Olti yoshli bolalarni o'qitishda didaktik ko'rsatma materiallardan keng foydalanish xarakterlidir. Amaliy ishlar, ko'rgazma tashkil qilish bilan bog'liq bo'lgan topshiriqlar ham namunalar sifatida qaralishi mumkin. Tarbiyachi ularga o'zida bo'lgan ko'rsatma-qo'llanmalarni hisobga olib tuzatishlar kiritishi mumkin. Ko'pchilik hollarda tavsiya etilayotgan og'zaki mashqlar materialini tarbiyachi turli variantlarda berishi, ba'zan esa guruh tayyorgarligiga qarab almashtirishi ham mumkin. Tarbiyachi tavsiya etilayotgan didaktik o'yinlarga ham ijodiy yaqinlashishi kerak, bunda o'yinlarni o'tkazishda foydalaniladigan qo'llanmalarni imkoni boricha ko'proq har xilliklar kiritishi, har bir mashg'ulotning konkret vazifalarini hisobga olib, o'zi topgan o'yinlarni sinash maqsadida darslarda o'yinlar tashkil qilishi mumkin.

Mashg'ulotlarda didaktik o'yinlar, ko'rgazmali materiallardan keng foydalaniladi. Bolalar mashg'ulotlarga qiziqib qatnashishlari uchun tarbiyachi quyidagi talablarga rioya qilishi lozim :

- Dastur materiallarini yaxshi o'zlashtirib olish.



- Puxta material (namoyish qiluvchi va tarqatma) tayyorlash.
- Bolalar faoliyatini o'zgartirib turishga, qiziqishga e'tibor qilish.
- Mashg'ulot o'rtasida harakatli o'yinlar o'tkazishni rejalashtirish.
- Mashg'ulot davomida bolalarning mustaqil xulosa chiqarishlariga erishish.
- Bolalarning xilma-xil javoblarini rag'batlantirish.

Dastur materialini mashg'ulotlarga taqsimlashda bolalarning bilim va ko'nikmalariga, ularning tayyorligiga e'tibor berish lozim. Maxsus terminlarni to'g'ri qo'llay bilish katta ahamiyatga ega. Masalan, son va raqam tushunchalarini aralashtirib yubormaslik kerak.

“Qaysi son katta, qaysinisi kichik” deb so'raladi. (qaysi raqam katta deyish mumkin emas.) Mashg'ulotda hamma bolalarning aktiv ishtirok etishlariga erishish maqsadida har bir bolaning oldida tarqatma materiallar bilan bir qatorda signalli kartochkalar bo'lishi tavsiya etiladi.[2]

Agar o'rtog'ining javobi to'g'ri bo'lsa qizil kartochka, o'rtog'ining javobi uni qoniqtirmasa ko'k kartochka ko'tarilishi lozim. Bunda hamma bolalar o'rtog'larini javobini diqqat bilan eshitishga harakat qiladilar, intizom buzilmaydi, shu bilan bolalarni test sinovlariga tayyorgarlik ham hisobga olinishi lozim.

0 dan 9 gacha raqamlar bilan tanishtirish.



Raqam – sonning shartli belgisidir. Bolalarga sonni tushuntirishda raqam qo'shimcha, yordamchi bosqichdir. Bolalarni raqamlarni yozishga o'rgatilmaydi, faqat bosma ko'rinishi bilan tanishtiriladi. Bolalar har bir raqam qaysi sonning belgisi ekanligini ajrata bilishlari lozim.

Hammasi bo'lib 10 ta raqam bor: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.



10 raqami yo‘q. 10 soni ikkita raqam: 1 va 0 bilan belgilanadi. Masalan, “1” raqami bilan tanishtirishda tarbiyachi sanoq kartochkasiga bitta o‘yinchoq qo‘yadi, ularning oldiga 1 ta doirali kartochkani qo‘yadi. 2 ta bolani chaqirib, biriga bir marta sakrash, ikkinchisiga bir marta stolga taqillatishni taklif etadi. Bolalar sanab, hammasi «bittadan» degan xulosa qiladilar. Keyin “1” raqamini ko‘rsatib bu sonni ko‘rsatuvchi shartli belgidir, har bir son o‘z belgisiga egadir deb tushuntiradi.

Bolalar bog‘chasi bilan boshlang‘ich sinf orasida uzviylik shundan iboratki bular bir-birini to‘ldirib boradi. Bitta mashg‘ulotda bitta yoki ikkita raqam bilan tanishtirish mumkin. Bolalar ustma-ust, tagma-tag terib qo‘yish, sanash orqali to‘plamlarning teng, notengligini aniqlaydilar. Tenglik – notenglik munosabatlarini aniqlashda ishora - belgilari simvollaridan foydalaniladi.

Qaysi qatorda ko‘proq, qaysi qatorda kamroq? 2 soni 3 dan kamroq, $2 \cdot 3$ tengsizlikdan tenglik hosil qilish uchun nima qilish kerak? deb so‘raladi. 1 qo‘shib tenglik hosil qilinadi va birni ayirib barobarni yozish yo‘li tushuntiriladi. $3=3...$

Maktabgacha ta‘lim muassasalari tayyorlov guruhlaru uchun matematika mashg‘ulotlaridan namuna

Mavzu: Ustida-ostida, chapda-o‘ngda, yuqoridan-pastga, pastdan-yuqoriga.

Metod: Didaktik o‘yin, muammoli izlanish, interaktiv metodlar.

Shakl: Jamoa, guruh va har bir tarbiyalanuvchi bilan ishlash.

Mashg‘ulotning ta‘limiy maqsadi: a) narsalarni o‘lchamlari bo‘yicha taqqoslashga doir egallagan bilimlarini boyitib borish;

b) narsalarning o‘zaro joylashuvidagi ustida-ostida, chapda-o‘ngda, oldin, keyin, orasida, yonida kabi tushunchalar asosida tarbiyalanuvchilarda sodda tasavvurlarni shakllantirish, fazoda mo‘ljallash o‘rgatish.

Mashg‘ulotning tarbiyaviy maqsadi:

a) tarbiyalanuvchilarga dars berish jarayonida ahillik, hamjihatlik, xushmuomalalik, hozirjavoblik, topqirlik fazilatlarini tarbiyalab borish;



b) matematika fani orqali hayotni to'g'ri tasavvur eta olish malakasini tarbiyalab borish.

Mashg'ulotning rivojlantiruvchi qismi: Tarbiyalanuvchilarni bilimdon, zukko bo'lishga, hayotdagi har bir narsani qadrlashga, unga mehr bilan yondashish faollik qobiliyatini rivojlantirish.

Mashg'ulotning turi: Savol-javob, suhbat, didaktik o'yin, amaliy ishlash.

Darsning jihozlanishi: didaktik materiallar, mashg'ulotga mos ko'rgazmali qurollar.

Mashg'ulotning borishi:

1. Tarbiyalanuvchilarni o'tilgan mashg'ulot yuzasidan olgan bilimlarini mustahkamlash maqsadida turli amaliy mashg'ulotlar o'tkaziladi. Masalan: «Teskarisini ayt» o'yinidan foydalanish mumkin. Tarbiyachi uzun desa, tarbiyalanuvchi qisqa deb javob beradi; agar tarbiyachi keng desa, tarbiyalanuvchi tor deydi; tarbiyachi baland desa, tarbiyalanuvchi past deb aytadi va hokazo. Shu tariqa o'yin bir necha marta takrorlanadi.

2. Yangi mashg'ulotni bayon etish. Yangi mashg'ulot ekranda animatsiya orqali namoyish etiladi. Buning uchun rasmdagi bolalarga ism qo'yib suhbat o'tkazilsa chiroyliroq bo'ladi. Masalan:

– Davron maydonchada yuqoridan pastga sirpanchiq uchmoqda.

– Karim esa pastdan yuqoriga zinapoya orqali chiqmoqda.

Tarbiyalanuvchilar og'zaki masala tuzib, yechishga o'rganadilar. Masala tuzishda ular, albatta, chapdan o'ngroqqa, o'ngdan chapga, yuqoridan pastga, pastdan yuqoriga so'zlarini o'z o'rnida ishlata olishlari kerak bo'ladi. Rasmga qarab arg'imchoq uchayotgan tarbiyalanuvchimning harakatini izohlab berish kerak. Yangi mashg'ulotni tarbiyalanuvchilar ongiga yetkazib berish har bir pedagogning ijodiy izlanishiga, mahoratiga bog'liqdir.

b) – Qani, bolajonlar, rasmda nima tasvirlangan? Kimlarni ko'ryapsiz?



– Maktab kutubxonasi tasvirlangan, unda kutubxonachi va kitob olish uchun tarbiyalanuvchilar kelishgan.

– Dilshodning yonida kim bor?

– Dilshodning yonida Nasiba bor. Nasibaning o'ng qo'lida, Dilshodning esa chap qo'lida kitob bor.

Tarbiyalanuvchilarning o'zlariga ham mashg'ulot asosida misollar toptirish.

3. Daftar bilan ishlash. Daftarning 4-betidagi (darslik 6 bet) tayoqcha, shakllarning yozilishini xat taxtada yozib ko'rsatish, uni

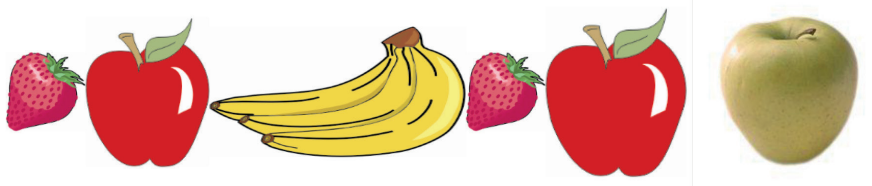
havoda yozilishini mashq qilish, so'ng daftarda yozdirish. Dars davomida qiynalgan tarbiyalanuvchilarning qo'llaridan ushlab yozdirish.

4. Dam olish daqiqasini o'tkazish:

Biz yozdik, biz yozdik, Qo'llarimiz dam olsin.

Chiroyli yoz, yozsang xat, Chunki bu ham zo'r san'at.

5. Mevalarga doir berilgan topshiriqni og'zaki bajarish.



1-rasm

Rasmda qanday mevalarni ko'ryapsiz?

Mustahkamlash. Tarbiyalanuvchilar bu mashg'ulotni yanada puxtaroq o'zlashtirib olishlari uchun «Nima o'zgardi?» didaktik o'yin o'tkaziladi. Tarbiyachi o'yin qoidasi bilan tanishtiradi. Buning uchun stol ustiga har xil, bir xil rangdagi qo'g'irchoq, mashina, quyoncha, koptok kabi o'yinchoqlarni bir qator qilib terib qo'yiladi. So'ng tarbiyachi bunday deydi: «Diqqat bilan qarang-chi, qaysi o'yinchoqlar



stol ustida turibdi, ular qanday joylashgan? Endi bir zumga ko‘zingizni yuming, – deb aytiladi. (Tarbiyachi yoki tarbiyachi ikkita yonma-yon turgan o‘yinchoqlarning o‘rmini almashtirib qo‘yadi.) – Endi ko‘zingizni oching, e‘tibor bilan qarang-chi, nima o‘zgardi?»

Tarbiyalanuvchilar diqqat bilan qarab, qo‘g‘irchoq bilan quyonchaning o‘rni almashib qolganligini aytadilar. Bu o‘yinni geometrik shakllar bilan ham o‘tkazish mumkin. Bu esa tarbiyalanuvchilarni tupqir, zukko, bilimdon bo‘lishga chorlaydi.

Baholash. Dars davomida faol qatnashgan tarbiyalanuvchilar rag‘batlantiriladi.

Dars yakunlanadi. Narsalarning o‘zaro joylashuvidagi tushunchalar asosida fazoviy tasavvurlar bo‘yicha egallagan bilimlariga yakun yasaladi.

Adabiyotlar:

1. Mirziyoyev Sh.M. Tanqidiy tahlil, qat’iy tartib intizom va shaxsiy javobgarlik – har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo‘lishi kerak. Toshkent. “O‘zbekiston”, 2017-yil.

2. Жумаев М. Болаларда бошланғич математик тушунчаларни шакллантириш назарияси ва методикаси. Илм-Зиё. 2012 йил. 15.б.т

3. Жумаев М. Бошланғич математика курси назарияси ва методикаси. Илм-Зиё. 2017 йил. 15.б.т



MUNDARIJA

ILMIY-OMMABOP BO'LIM

E.O. Ismoilov. Maktab o'quvchilari ongida konus, uning sirti va hajmiga doir bilimlarni shakllantirish metodikasi	3
S.J. Yodgarov, O.I. Omonov. Matematik funksiyalar bilan aniqlangan tekis shakl yuzasi va egri yoy uzunligi	12
R.K. Rizayev, M.N, Jo'rayeva. Fundamental matematika va umumiy o'rta ta'lim matematikasi o'rtasidagi aloqadorlik tahlili.....	19
X. K. Raimov, Xayitboyeva Gulshoda Toir qizi, Rahmonova Zuhro Sherzod qizi. Markaziy kuch maydonida tebranish bilan harakatlanayotgan jism uchun harakat tenglamasi.....	25
G.R. Muxamedova, E.L. Taymanova. Binar munosabatlar va ularning matritsalarini	32

MATEMATIKA JOZIBASI

D.E. Davletov, Sh.I. Sharipova, Z.O. Tursunova. Mediana tushunchasining ba'zi umumlashmalari	38
---	----

ILG'OR TAJRIBA VA O'QITISH METODIKASI

A.E. Bekturdiev, Abdilamitov Abdulaziz Abdinasir o'g'li, Jalgasbaeva Gulnar Jaksibay qizi. Timurbeklar maktabi ta'lim tarbiya jarayoni sifatini avtomatlashtirishni shakllantirish metodikasi	44
D.R. Atamuradova. Zamonaviy mobil texnologiyaning rivojlanish istiqboli	52
F.X. Saydaliyeva, S.X. Yusupova. Maktab geometriyasini o'qitish jarayonida o'quvchilarning tadqiqiy ko'nikmalarini shakllantirish metodikasi	61
D.F. Hamroqulova, D.K. Ibragimova. Blum taksonomiyasi asosida matematikadan test topshiriqlarini shakllantirish.....	67
U.B. Matnazarov, J.Y. Saparboyev, N.U. Baxromov, Z. X. Xusanboyeva. O'quvchilarda fazoviy tasavvurlarini shakllantirishda geometrik masalalarning o'rni	78
K.R. Kodirov, E. Yu, Azizov, M.M, Ro'zikov. Yuqori darajali tenglamalarni yechishning ba'zi usullari	86



TALAB, TAKLIF VA TAHLIL

Sh. Sh.Abdiyeva. Vizual tafakkur va uni shakllantirishda grafikka oid masalalardan foydalanish.....	95
J.Abdulilov. Analyzing the effects of teaching methodologies of basic AI and robotics topics for graduating students of general secondary education	102
R.A.Koshnazarov, M.I.Yusupova. Musbat qatorlarni yaqinlashishga tekshirishning Kummer alomati.....	109
O.Musurmanov, A.A.Akmalov, D.A.Abduvahobov. Matematik induksiya usuli yordamida misol va masalalar yechish.....	117
A.S. Nishonboyev. Yuqori sinf o'quvchilarida umumtantiqiy faoliyat usullarining shakllanganligini aniqlash bo'yicha tajriba-sinov natijalari haqida.....	129
U.T.Rajabov. Elementar transsendent funksiyalar haqida.....	137
G.A.Rasulova, Qodirova Mardona Xalimjon qizi. Geometriyadan olimpiada masalalarini yechish usullari	142
Sh. X. Zikiryayev, B.A.Mardonov. Matritsaviy ko'phadlarni hisoblash	150
R.M.Turgunbayev, Sh.S. Odilova. Matematik analizni o'qitishda rivojlantiruvchi testlardan foydalanish.....	159
U.I. Qushmurotov. Oliy matematikadan kompetensiyalarni aniqlash metodikasi haqida	167
Ф. X. Сайдалиева, Г.Р. Мухамедова. Организация обучение математики на основе технологии содружества	173
С.М. Холбоев, С. И. Худайкулов. Моделирование водовыпускного шлюза джизакского водохранилища	180
A.X.Raxmatullayev, U.B.Matnazarov, K.U.Baxromova. Maktabgacha yoshdagi bolalarda matematik ongni shakllantirish....	188



Jurnalning ushbu sonini
tayyorlashda qatnashganlar:

*B. Olimov, F. Saidova, K. Mamatkarimov, R. Turgunboyev, F. Ochilov
Kompyuterda sahifalovchi: M. Dadajanova.*

*O‘zbekiston Respublikasi Matbuot va axborot agentligida
№ 0103 tartib raqami bilan ro‘yxatdan o‘tgan.*

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy Attestatsiya Komissiyasi Filologiya,
Pedagogika va psixologiya fanlari bo‘yicha ekspert kengashi tavsiyasi
(21.04.2014. №4) va Rayosat qarori (30.04.2014. №205/3) ga asosan
fan doktori ilmiy darajasiga talabgorlar jurnallari ro‘yxatiga «Fizika,
matematika va informatika» jurnali kiritilgan.*

Tahririyat manzili:
Toshkent shahri, Bratislava ko‘chasi, 2-uy.
T.N.Qori Niyoziy nomidagi O‘zbekiston Pedagogika fanlari
ilmiy tadqiqot instituti

FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA jurnali

Web-site: <http://uzpfiti.uz/uz2/fizika,matematika,informatika.htm>

E-mail: fizmat_jurnali@inbox.uz

Bosishga ruxsat etildi. . 2024 y. Qog‘oz bichimi 60x84 $\frac{1}{16}$.

Ofset bosma usulida bosildi. bosma taboq.

Adadi nusxa 150. Buyurtma №

“BIZNES POLIGRAF” MCHJ bosmaxonasi,
Toshkent shahar, Chilonzor katta Qozirobod 65 uy.

